

**ANALISI FUNZIONALE APPLICATA ALLA SCIENZA
DEI MATERIALI - TEMA D'ESAME DELL'11 APRILE
2008**

PROF. SUSANNA TERRACINI

- 1) (a) Calcolare la serie di Fourier associata alla funzione 2π -periodica definita da

$$f(x) = x, \quad x \in [-\pi, \pi).$$

- (b) Trovare, sotto forma di serie di Fourier, la soluzione 2π -periodica dell'equazione

$$y''(x) - y(x) = f(x).$$

- 2) Dire per quali $z \in \mathbf{C}$ le funzioni

(a) $f(z) = i\Re(z) + 3\Im(z)$;

(b) $f(z) = \begin{cases} \frac{e^{z^2} - 1}{\bar{z}}, & \text{se } z \neq 0 \\ 0 & \text{se } z = 0; \end{cases}$

(c) $f(z) = \frac{\bar{z}}{|z|^2}$. sono derivabili in senso complesso.

- 3) Classificare le singolarità della funzione

$$f(z) = \cos\left(\frac{1}{z}\right) \frac{(e^{z+i} - 1)^2}{z^2 + 1},$$

determinandone i relativi residui.

- 4) (a) Calcolare la trasformata di Fourier di

$$f(x) = \frac{1}{x^2 + a^2}, \quad a \in \mathbf{R}.$$

- (b) Risolvere l'equazione del calore

$$\begin{cases} u_t = u_{xx} \\ u(0, x) = \frac{1}{x^2 + 1}. \end{cases}$$