

**MATEMATICA 2 (prima prova parziale) — Prof. S. Terracini—14 aprile 2003**

Cognome:

Nome:

Matricola:

- *Motivare accuratamente le risposte. Le risposte non motivate adeguatamente non verranno considerate al fine della valutazione del compito.*

**Esercizio 1.**

- (a) Che cos'è la serie di Taylor di una funzione? Sotto quali condizioni possiamo assicurare la convergenza della serie di Taylor associata alla funzione data?
- (b) Scrivere la serie di Taylor **centrata in  $x = 1$**  associata alla funzione

$$f(x) = xe^x .$$

Discuterne la convergenza, alla luce di quanto stabilito al punto (a).

- (c) Calcolare la somma della serie

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(n+1)2^n}{n!} .$$

**Esercizio 2.** Svolgere lo studio qualitativo delle linee integrali e trovare l'integrale generale dell'equazione differenziale ordinaria:

$$y' = y \sin x .$$

**Esercizio 3.**

- (a) Definire geometricamente la curvatura di una curva; scrivere la formula di calcolo della curvatura per una curva parametrizzata in modo qualunque.
- (b) Sia data la spirale piana di equazioni

$$\begin{cases} x(t) = e^{-t} \cos t \\ y(t) = e^{-t} \sin t \end{cases}$$

$t \geq 0$ . Calcolarne la curvatura nel generico punto  $(x(t), y(t))$ . Calcolarne infine la lunghezza totale.