MATEMATICA 2 — **Prof. S. Terracini**— **14 aprile 2003**

Cognome: Nome: Matricola:

- *Motivare accuratamente le risposte. Le risposte non motivate adeguatamente non verranno considerate al fine della valutazione del compito.*

Esercizio 1.

(a) Che cosa sono e come si trovano l'intervallo ed il raggio di convergenza di una serie di potenze?

(b) Studiare la convergenza della serie di potenze

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(n+1)2^n}{n!}(x-1)^n \ .$$

Esercizio 2. Svolgere lo studio qualitativo delle linee integrali e trovare l'integrale generale dell'equazione differenziale ordinaria:

$$y' = y \sin x \ .$$

Esercizio 3. Trovare il punto del piano $x + 2y + z = 4$ che ha minore distanza dal punto $(1, 0, -2)$.

Esercizio 4.

(a) Definire geometricamente la curvatura di una curva; scrivere la formula di calcolo della curvatura per una curva parametrizzata in modo qualunque.

(b) Sia data la spirale piana di equazioni

$$\begin{cases} x(t) = e^{-t} \cos t \\ y(t) = e^{-t} \sin t \end{cases}$$

$t \geq 0$. Calcolarne la curvatura nel generico punto $(x(t), y(t))$.

Esercizio 5. Usare le coordinate polari per trovare il volume del solido delimitato dal paraboloide $z = 10 - 3x^2 - 3y^2$ e dal piano $z = 4$.