

Programma del corso di Analisi Matematica I per il corso di Laurea in Fisica e il corso di Laurea in Matematica a.a. 2007-08

Docenti : L. De Michele, P. M. Soardi

Del programma sotto riportato vanno conosciute tutte le definizioni ed gli enunciati dei teoremi. In calce ad ogni capitolo sono indicati i teoremi di cui lo studente è tenuto a conoscere la dimostrazione. I numeri si riferiscono al testo “ANALISI MATEMATICA” (Paolo Maurizio Soardi – Nuova Edizione – Città Studi Edizioni).

1. Numeri reali

(1.1) Introduzione ; (1.2) Rappresentazione decimale dei numeri razionali; (1.3) Numeri reali e ordinamento ; (1.4) Partizioni di \mathbb{Q} e di \mathbb{R} ; (1.5) Operazioni tra numeri reali; (1.6) Una disuguaglianza fondamentale; (1.7) Radici, potenze e logaritmi.

Dimostrazioni teoremi :

Teorema 1.3.2 - Teorema 1.3.9 - Teorema 1.5.9 - Lemma 1.6.1.

2. Funzioni

(2.1) Introduzione ; (2.2) Immagini e controimmagini ; (2.3) Restrizione, funzione inversa, composta; (2.4) Successioni. Indici; (2.5) Potenza di un insieme ; (2.6) Potenza del numerabile; (2.7) Potenza del continuo.

Dimostrazioni teoremi :

Teorema 2.3.6 - Teorema 2.6.3 - Teorema 2.6.4 - Corollario 2.6.6 Corollario 2.6.7 - Lemma 2.7.2 - Teorema 2.7.3 - Corollario 2.7.5

3. Spazi Metrici

(3.1) Introduzione ; (3.2) Definizione ed esempi ; (3.3) Intorni ; (3.4) Classificazione dei punti ; (3.5) Insiemi aperti, chiusi, limitati ; (3.6) Compattezza ; (3.7) Il Teorema di Heine-Borel ; (3.8) Connessione ; (3.9) \mathbb{R} come spazio metrico.

Dimostrazioni teoremi :

Teorema 3.3.4 - Teorema 3.4.4 - Teorema 3.5.2 - Teorema 3.5.4 – Teorema 3.5.5 e 3.5.6 – Teorema 3.5.8 - Teorema 3.5.12 - Teorema 3.5.13 - Teorema 3.6.6 -Teorema 3.6.9 - Corollario 3.6.10 - Teorema 3.9.4

4. Successioni

(4.1) Introduzione ; (4.2) Successioni convergenti ; (4.3) Sottosuccessioni e punti di accumulazione (4.4) Successioni a valori reali; (4.5) Permanenza del segno. Confronto ; (4.6) Successioni monotone ; (4.7) Calcolo dei limiti (4.7.1) Calcolo dei limiti in \mathbb{R} ; (4.7.2) Calcolo dei limiti in \mathbb{R} (4.8) Il numero e ; (4.9) Infiniti e infinitesimi ; (4.10) o piccolo e asintotico ; (4.11) Successioni in \mathbb{R}^k ; (4.12) Classe limite ; (4.13) La condizione di Cauchy:

Dimostrazioni teoremi :

Teorema 4.2.3 - Teorema 4.2.7 - Teorema 4.2.8 - Teorema 4.3.4 - Teorema 4.3.6 - Teorema 4.5.1
Teorema 4.5.2 - Teorema 4.5.5 - Teorema 4.5.7 - Teorema 4.6.2 - Teorema 4.8.2
Teorema 4.8.11 - Teorema 4.11.3 - Teorema 4.11.5 - Teorema 4.13.5 - Teorema 4.13.10

5. Serie

(5.1) Introduzione ; (5.2) Definizioni ed esempi ; (5.3) La condizione di Cauchy per le serie ;
(5.4) Serie e termini non negativi ; (5.5) Criteri della radice e del rapporto ; (5.6) Criterio di
condensazione ; (5.7) Criterio di Leibniz ; (5.8) Convergenza incondizionata:

Dimostrazioni teoremi :

Teorema 5.3.1 - Corollario 5.3.3 - Teorema 5.3.5 - Teorema 5.3.7 - Teorema 5.4.1 - Corollario
5.4.4 - Teorema 5.5.1 - Teorema 5.5.3 - Corollario 5.6.2 - Teorema 5.7.1

6. Limiti di funzioni

(6.1) Introduzione ; (6.2) Limiti in spazi metrici ; (6.3) Limiti infiniti e limiti all'infinito
(6.4) Limiti di funzioni reali di variabile reale ; (6.5) Segno, confronto ; (6.6) Limiti di successioni e
limiti di funzioni ; (6.7) Calcolo dei limiti ; (6.8) Infiniti, infinitesimi, o piccolo, asintotico.

Dimostrazioni teoremi :

Teorema 6.4.7 - Teorema 6.5.3 - Teorema 6.6.1 - Teorema 6.7.1

7. Continuità

(7.1) Introduzione ; (7.2) Continuità in spazi metrici ; (7.3) Continuità globale ; (7.4) Continuità
delle funzioni a valori reali ; (7.5) Il Teorema di Weierstrass ; (7.6) Il Teorema di Darboux
(7.7) Uniforme continuità ; (7.8) Punti di discontinuità (7.8.2) Discontinuità di seconda specie
(7.8.3) Discontinuità eliminabili (7.9) Funzioni monotone , (7.10) Continuità della funzione inversa.

Dimostrazioni teoremi :

Teorema 7.2.6 - Teorema 7.2.8 - Teorema 7.4.1 - Teorema 7.4.4 - Teorema 7.5.1 - Corollario 7.5.3
Corollario 7.6.2 - Corollario 7.6.3 - Corollario 7.6.4 - Teorema 7.7.5 - Teorema 7.9.4 - Teorema 7.9.8
Lemma 7.10.1 - Teorema 7.10.2

8. Calcolo differenziale

(8.1) Introduzione ; (8.2) Derivata e differenziale ; (8.3) Tangente verticale, punti angolosi, cuspidi ;
(8.4) Regole di derivazione ; (8.5) Derivate delle funzioni elementari : (8.5.1) Potenze e radici
(8.5.2) Esponenziali e funzioni iperboliche (8.5.3) Logaritmi (8.5.4) Funzioni trigonometriche
(8.5.5) Inverse delle funzioni trigonometriche (8.5.6) Derivate di funzioni composte ;
(8.6) Massimi e minimi relativi ; (8.7) Teoremi di Rolle, Cauchy, Lagrange ; (8.8) Crescere e
decrescere ; (8.9) Teorema de l'Hospital ; (8.10) Derivate di ordine superiore ; (8.11) Formula di
Taylor ; (8.12) Esempi sulla formula di Taylor ; (8.13) Convessità, concavità, flessi ; (8.14) Asintoti
obliqui

Dimostrazioni teoremi :

Teorema 8.2.10 - Teorema 8.4.1 - Teorema 8.4.2 o 8.4.3 (a scelta) - Teorema 8.6.5 - Teorema 8.7.1 - Teorema 8.7.2 - Teorema 8.7.6 - Corollario 8.7.10 - Teorema 8.7.11 – Teorema 8.11.3 o 8.11.8 (a scelta) - Teorema 8.7.14 - Teorema 8.8.1 - Teorema 8.8.3 - Teorema 8.8.8 - Teorema 8.11.10 – Teorema 8.13.11 o 8.13.07 (a scelta) - Teorema 8.13.16 - Teorema 8.13.17

9. Primitive

Introduzione ; Regole di integrazione indefinita (integrazioni per parti e sostituzioni)
Calcolo delle primitive delle principali classi di funzioni

10. Integrale di Riemann

(10.1) Introduzione ; (10.2) Somme superiori e inferiori ; (10.3) L'integrale di Riemann ;
(10.4) Proprietà dell'integrale ; (10.5) Classi di funzioni integrabili ; (10.6) Integrale esteso a un intervallo orientato ; (10.7) Il Teorema fondamentale del calcolo integrale ; (10.8) Integrali impropri : (10.8.1) Integrali impropri di prima specie (10.8.2) Integrali impropri di seconda specie (10.8.3) Criteri di confronto (10.8.4) Integrali impropri di terza specie.

Dimostrazioni teoremi :

Lemma 10.2.5 - Teorema 10.2.6 - Teorema 10.3.5 - Teorema 10.4.7 - Teorema 10.4.13 - Teorema 10.5.1 - Teorema 10.5.4 - Teorema 10.5.5 - Teorema 10.6.2 - Teorema 10.6.4 - Teorema 10.6.6 - Teorema 10.7.3 - Corollario 10.7.7 - Teorema 10.7.8 - Corollario 10.7.11

Le definizioni e i Teoremi del primo corso di Analisi Matematica fanno parte del bagaglio di conoscenze di base che lo studente deve possedere per proseguire con profitto i suoi studi in Matematica o Fisica. Pertanto lo studente dovrà dimostrare una completa padronanza delle suddette nozioni.