ANALISI MATEMATICA I

Seconda prova in itinere 3/2/2006 TEMA 1

1) Calcolare (**indicando brevemente il procedimento)**

$$\lim_{x\to 0} \frac{\sqrt[3]{1+x^2}-1}{\log(1-x+2x^2)+x}.$$

2) Scrivere la formula di Taylor con resto di Peano, arrestata al secondo ordine

(derivata prima e seconda), con centro in $x_0 = \frac{1}{2}$, di

$$f(x) = x\arctan(2x).$$

3) Sia

$$f(x) = \begin{cases} be^{bx}+ax+2 & x \le 0 \\ \log(1+a^2x)+bx & x > 0 \end{cases}$$

Stabilire per quali valori dei parametri reali a e b la funzione f e':

i) continua in **R**;

ii) derivabile in **R**.

4) Data la funzione

$$f(x) = e^{x^3-6x^2+12x}-3$$

i) dimostrare che e' invertibile in **R**;

ii) determinare il codominio di f;

iii) detta g la funzione inversa di f $(g = f^{-1})$, calcolare $g'(-2)$.

5) Determinare tutte le primitive (**indicando brevemente il procedimento**) di :

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt[3]{x^2}-4\sqrt[3]{x}+3}.$$

6) Studiare la funzione

$$F(x) = \int_1^x \frac{t^2-4t+3}{(2t-1)^3}\, dt$$

e tracciarne un grafico qualitativo. (Insieme di definizione, limiti alla frontiera, eventuali asintoti, crescere e decrescere, convessita' e concavita'. **Giustificare le risposte)**

N.B. Si consiglia di non calcolare l'integrale.

7) Stabilire (**fornendo una breve giustificazione**) se esiste il seguente integrale improprio

$$\int_0^{+\infty} \frac{3x - \arctan(3x)}{x^2(\log(3+x))^3} \; dx.$$