Analisi Matematica I TEMA 1
25 Febbraio 2002

1. Determinare la classe limite della successione
$$a_n = \arctan n + (-1)^n$$

2. Stabilire per quali valori reali di x, converge la serie
$$\sum_{1}^{\infty} \frac{4^n}{n} x^n$$

3. Calcolare il limite
$$\lim_{x \to 0} \quad (1 - (1 - x)e^x)x^{-2}$$

4. Stabilire per quali valori di a e b la funzione
$$f(x) = \begin{cases} ae^x + 2 & \text{per} \quad x \leq 0 \\ b \sin x & \text{per} \quad x > 0 \end{cases}$$
risulta :
(i) continua
(ii) derivabile.

5. Scrivere lo sviluppo di McLaurin arrestato al secondo ordine con resto di Peano di
$$f(x) = (1 - x)(\arctan x + x^2)$$

6. Calcolare la primitiva di
$$f(x) = \frac{2}{(1 + x^2)(1 + x)}$$

7. Determinare per quali valori del parametro reale a esiste finito l'integrale improprio
$$\int_0^{+\infty} \log(1 + x^4)x^{-a} dx$$

8. Sia F la funzione integrale
$$F(x) = \int_0^x \quad \frac{1}{(t + 2)^2} \quad \arctan t \quad dt$$
Determinarne: A) Campo di esistenza B)limiti agli estremi del campo di esistenza, asintoti C) segno, derivata, eventuali punti di non derivabilitá, crescita, decrescita eventuali estremi locali D) Tracciarne sommariamente il grafico.

Soluzioni Tema 1

1)

La classe limite é l'insieme $\{\pi/2+1, \pi/2-1\}$

2)

$-\frac{1}{4} \leq x < \frac{1}{4}$

3) $1/2$

4) continua per ogni b e $a=-2$ derivabile per $a=b=-2$

5)

$$f(x) = x + o(x^2)$$

6)

$$\log|x+1| - \frac{1}{2}\log(1+x^2) + \arctan x + c$$

7) $1 < a < 5$

8) a) C.E. $x \geq -2$

b) limiti ed eventuali asintoti

$$\lim_{x\to-2} F(x) = +\infty$$

$$\lim_{x\to+\infty} F(x) = \int_0^{+\infty} \ldots dt = \alpha < \infty$$

$x=-2$ asintoto verticale, $y=\alpha$ asintoto orizzontale a $+\infty$.

c) derivata $(x+2)^{-2}\arctan x$. Non ci sono cuspidi / p. angolosi / p. tan. vert.

F é monotona crescente per $x>0$. $x=0$ punto di minimo assoluto

segno sempre positivo.

d) grafico