

0.1

Analisi Matematica I

1

29 Gennaio 2001 TEMA

1

1) Calcolare

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^4 + x^5}{2 \cos x - 2 + x^2}$$

2) Sia

$$f(x) = \sin \frac{1}{x^2 - x}$$

Determinare l'insieme dei punti di discontinuità di f sull'asse reale e indicare il tipo.

3) Sia $f(x) = xe^{\sin x}$. Scrivere lo sviluppo di McLaurin arrestato al secondo ordine (derivate prima a seconda) con resto di Peano.

4) Calcolare la seguente primitiva indicando il procedimento seguito

$$\int x (\log x)^2 dx$$

5) Sia

$$f_a(x) = \begin{cases} \log(2a + x) & \text{se } x \geq 0 \\ e^{1/x} & \text{se } x < 0 \end{cases}$$

Determinare il parametro $a > 0$ in modo che la funzione $f_a(x)$ sia continua in $x = 0$. Dimostrare che tale funzione non è derivabile in $x = 0$.

6) Determinare i valori del parametro reale a per cui esiste l'integrale improprio

$$\int_0^{+\infty} \frac{x - \sin x}{x^a} dx$$

7) Sia F la funzione integrale

$$F(x) = \int_1^x \frac{e^{\sqrt{t}}}{t} dt$$

Determinarne: A) campo di esistenza B) limiti agli estremi del campo di esistenza, asintoti C) segno, crescere, decrescere . E) Studiare l'esistenza dei flessi E) Tracciarne sommariamente il grafico.

8) Calcolare il seguente integrale.

$$\int_0^{\pi/2} \frac{\sin x - 1}{\cos x + 1} dx.$$