

1) Determinare i valori del parametro reale  $a$  per cui esiste l'integrale improprio

$$\int_0^1 \frac{\sin x}{x^{1+a}(1-x)^{1-a}} dx$$

2) Sia

$$f(x) = \begin{cases} x^3 + ax + b & \text{se } x \geq 0 \\ \cos x & \text{se } x < 0 \end{cases}$$

A) Per quali valori dei parametri reali  $a$  e  $b$  la funzione  $f$  è continua in  $x = 0$ ? B) Per quali valori dei parametri reali  $a$  e  $b$  la funzione  $f$  è derivabile in  $x = 0$ ?

3) Sia  $F$  la funzione integrale

$$F(x) = \int_0^x \sqrt{\frac{t}{1+t^8}} dt$$

determinarne: A) insieme di definizione e segno B) asintoti C) crescere e decrescere D) convessità, concavità e punti di flesso.

E) Tracciarne sommariamente il grafico.

4) Sia  $f(x) = \log(1 + e^x)$ . Scriverne lo sviluppo di McLaurin arrestato al secondo ordine (derivate prima a seconda) con resto di Peano.

5) Sia

$$f(x) = \frac{\log(1 + \sqrt[3]{x})}{\sqrt[3]{x}}.$$

A) Verificare che  $f$  ha in  $0$  una discontinuità eliminabile. B) Calcolare

$$\int_0^1 f(x) dx$$