0.1 Analisi Matematica I, secondo modulo.

1 7 giugno 2001 Tema 1

1) Calcolare il seguente integrale con una opportuna sostituzione

$$\int_0^1 \frac{dx}{e^x(1+e^x)}.$$

Indicare la sostituzione effettuata e la primitiva dopo la sostituzione.

2) Calcolare il valore dell'integrale

$$\int_1^2 \frac{x^{1/6}+1}{x^{2/3}+x^{1/2}}dx.$$

3) Calcolare la seguente primitiva

$$\int \frac{\log x}{x^2}dx$$

4) Determinare i valori del parametro reale a per cui esiste l 'integrale improprio

$$\int_0^{+\infty} \frac{e^{-ax}}{x^a}dx$$

5) Determinare il parametro reale a in modo che la seguente funzione sia derivabile in $x=0$

$$f_a(x) = \begin{cases} 1+\log(1+2ax) & \text{se } x \geq 0 \\ e^{ax}-2x & \text{se } x \leq 0 \end{cases}$$

6) Sia F la funzione integrale

$$F(x) = \int_0^x \frac{\arctan t}{t+1} dt$$

Determinarne:

A) il campo di esistenza B) i punti estremanti (indicandone la natura) C) gli asintoti; esistono

asintoti obliqui?

7) Sia $f(x) = \sin(\pi e^x)$. Scriverne lo sviluppo di McLaurin arrestato al secondo ordine (derivate

prima a seconda) con resto di Peano.