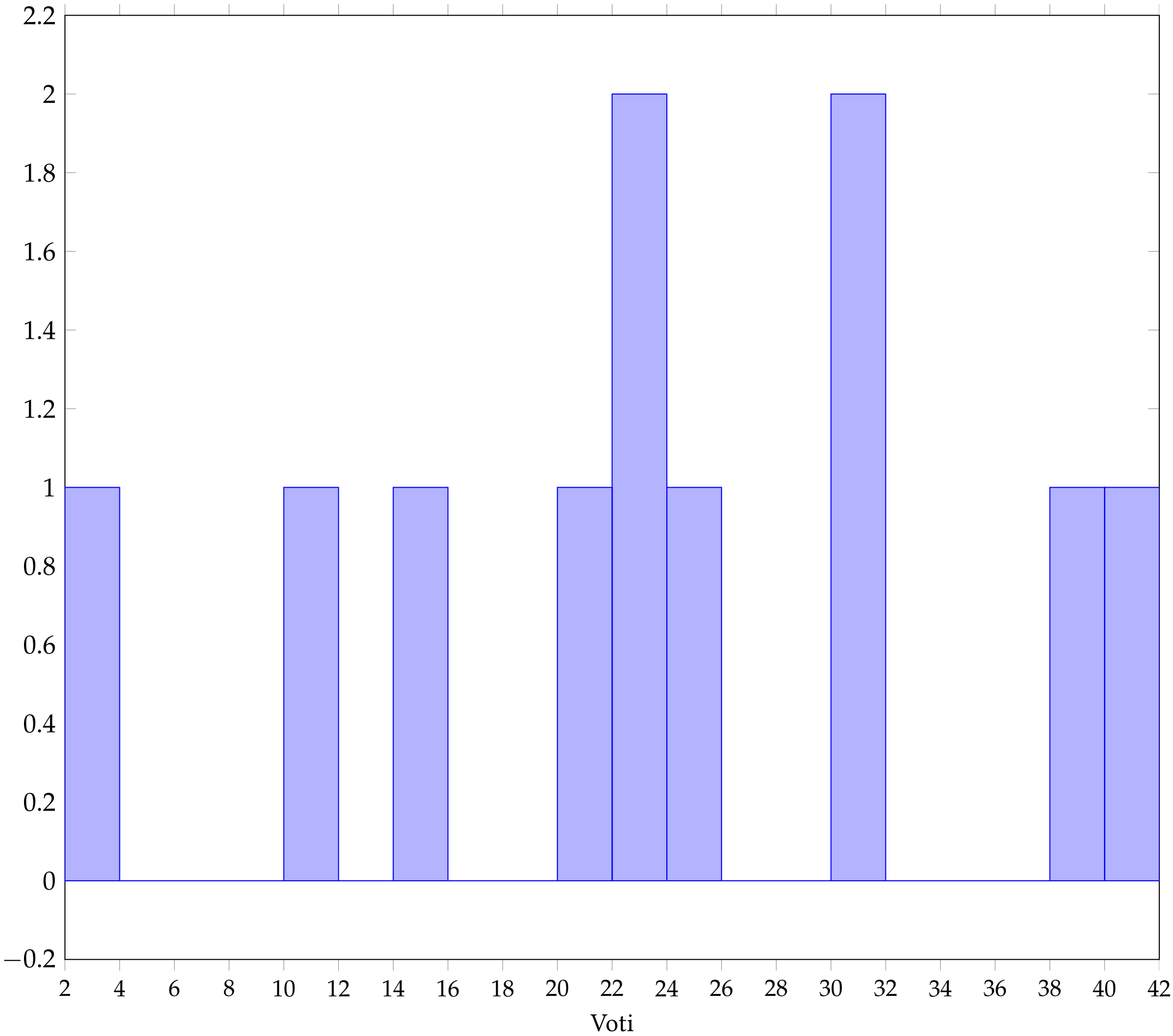


```
Number of Questions: 14
Number of Students: 11
Mean Score: 23.5454545455
Median Score: 23.0
Standard Deviation: 11.1954831506
Obtained Maximum: 42.0; Possible Maximum: 42.0
Obtained Minumum: 2.0; Possible Minimum: -14.0
Percentage with >= 25.2:  36.36%
Percentage with >= 21.0:  72.73%
Mean Score with >= 25.2: 35.25
```

Item analysis: f = facility index; d = discrimination index.

(1) Siano τ_1 e τ_2 due topologie su uno spazio topologico $X \neq \emptyset$. Sia $\mathrm{Id}\colon (X, \tau_1) \to (X, \tau_2)$ ls funzione identità, t.c. $\forall x \in X$, $\mathrm{Id}(x) = x$. Perché Id sia continua quale delle seguenti condizioni deve essere soddisfatta?
[$f = 81.82\%$, $d = 50.00\%$, **non-responses: 0]**

- ☐ *(a)* $\tau_1 \subseteq \tau_2$. **[2]**
- ☐ *(b)* $\tau_2 \subseteq \tau_1$. **[9]**
- ☐ *(c)* Id è sempre continua. **[0]**
- ☐ *(d)* τ_1 deve essere necessariamente la topologia banale. **[0]**

(2) Se X è uno spazio metrico, U è un aperto di X, allora U è *intorno* di $x_0 \in X$ se :
[$f = 63.64\%$, $d = 100.00\%$, **non-responses: 0]**

- ☐ *(a)* $\exists \delta > 0$ t.c. $(B_\delta(x_0) \smallsetminus \{x_0\}) \cap U \neq \emptyset$. **[1]**
- ☐ *(b)* $\forall \delta > 0$, $B_\delta(x_0) \subset U$. **[3]**
- ☐ *(c)* x_0 è di accumulazione per U in X. **[0]**
- ☐ *(d)* $x_0 \in U$. **[7]**

(3) Sia X uno spazio metrico. Quale delle seguenti affermazioni non è equivalente alle altre?
[$f = 81.82\%$, $d = 50.00\%$, **non-responses: 0]**

- ☐ *(a)* X è compatto. **[1]**
- ☐ *(b)* X è compatto per successioni. **[0]**
- ☐ *(c)* Ogni insieme finito di punti in X ha un punto di accumulazione in X. **[9]**
- ☐ *(d)* Ogni successione in X ammette una sottosuccessione convergente in X. **[1]**

(4) Se X è uno spazio affine reale di dimensione n, e $f\colon X \to \mathbb{A}^{n-d}(\mathbb{R})$ è una mappa affine suriettiva, quale dei seguenti è un sottospazio affine di X di dimensione d?
[$f = 54.55\%$, $d = 50.00\%$, **non-responses: 1]**

- ☐ *(a)* $\{P \in X : f(P) = Q\}$, per $Q \in \mathbb{A}^{n-d}(\mathbb{R})$ tale che $Q \neq \underline{0}$. **[6]**
- ☐ *(b)* $\{P \in X : f(P) = 0 \in \mathbb{R}\}$. **[4]**
- ☐ *(c)* $\{P \in X : f(P) > 0\}$. **[0]**
- ☐ *(d)* $\{P \in X : f(P) \neq 0 \in \mathbb{R}\}$. **[0]**

(5) Si osservi che se q_n è una successione di razionali che tende a un irrazionale, l'insieme $X = \{q_n : n \in \mathbb{N}\} \subset \mathbb{Q}$ è chiuso in $\mathbb{Q}$ ma non lo è come sottoinsieme di $\mathbb{R}$. Si osservi anche che l'insieme $\{\frac{1}{n} : n \in \mathbb{N}, n > 0\} \cup \{0\} \subset \mathbb{R}$ è chiuso in $\mathbb{R}$. Detto ciò, la domanda è la seguente. I compatti dello spazio metrico $\mathbb{Q}$ sono tutti e soli:
[$f = 27.27\%$, $d = 50.00\%$, **non-responses: 2]**

- ☐ *(a)* I punti di $\mathbb{Q}$. **[3]**
- ☐ *(b)* I sottoinsiemi finiti di $\mathbb{Q}$. **[2]**
- ☐ *(c)* Tutti i sottoinsiemi chiusi in $\mathbb{Q}$ e limitati. **[1]**
- ☐ *(d)* Nessuna delle altre risposte. **[3]**

(6) Siano $S, T \subset X$ sottospazi affini di X tali che $S \cap T \neq \emptyset$, allora $S \cap T$ è una sottospazio affine di X la cui dimensione soddisfa:
[$f = 63.64\%$, $d = 100.00\%$, **non-responses: 0]**

- ☐ *(a)* $\dim(S) + \dim(T) \leq \dim(X) + \dim(S \cap T)$. **[7]**
- ☐ *(b)* $\dim(S) + \dim(T) \geq \dim(X) + \dim(S \cap T)$. **[1]**
- ☐ *(c)* $\dim(S) + \dim(T) = \dim(X) - \dim(S \cap T)$. **[1]**
- ☐ *(d)* $\dim(S) + \dim(T) \leq \dim(X) - \dim(S \cap T)$. **[2]**

(7) In uno spazio affine di dimensione n due punti sono dipendenti se:
[$f = 63.64\%$, $d = 100.00\%$, **non-responses: 0]**

- ☐ *(a)* coincidono. **[7]**
- ☐ *(b)* appartengono ad una stessa retta. **[3]**
- ☐ *(c)* generano una retta. **[0]**
- ☐ *(d)* nessuna delle altre risposte. **[1]**

(8) Sia $F\colon V \to W$ un omomorfismo iniettivo di spazi vettoriali, e $f\colon \mathbb{P}(V) \to \mathbb{P}(W)$ la funzione indotta sugli spazi proiettivi corrispondenti. Quale tra le seguenti affermazioni è vera?
[$f = 36.36\%$, $d = 50.00\%$, **non-responses: 2]**

- ☐ *(a)* Se $V = W$, allora f è una proiettività. **[4]**
- ☐ *(b)* Per ogni $v \in V \setminus \{0\}$, $f([v]) = F(v)$ **[5]**
- ☐ *(c)* Esiste una unica $F\colon V \to W$ che induce una data funzione proiettiva $f\colon \mathbb{P}(V) \to \mathbb{P}(W)$. **[0]**
- ☐ *(d)* La funzione proiettiva f non può mai essere un isomorfismo. **[0]**

(9) Se $A \subset X$ è un sottoinsieme di uno spazio topologico X, allora $x \in X$ è un punto di accumulazione per A in X se:
[$f = 90.91\%$, $d = 50.00\%$, **non-responses: 0]**

- ☐ *(a)* In ogni intorno aperto U di x in X ci sono punti di A diversi da x. **[10]**
- ☐ *(b)* In ogni intorno aperto U di x in X ci sono punti di A. **[0]**
- ☐ *(c)* Ogni intorno aperto U di x in A è non-vuoto. **[0]**
- ☐ *(d)* Per ogni intorno U di x in X si ha $U \cap A \neq \emptyset$. **[1]**

(10) L'insieme $X = \mathbb{Q} \setminus \{0\}$ con la topologia indotta dall'inclusione in $\mathbb{R}$ ha:
[$f = 63.64\%$, $d = 100.00\%$, **non-responses: 1]**

- ☐ *(a)* Una componente connessa. **[0]**
- ☐ *(b)* Due componenti connesse. **[1]**
- ☐ *(c)* Un insieme non numerabile di componenti connesse. **[2]**

☐ *(d)* Un insieme numerabile di componenti connesse. **[7]**

(11) Sia $X = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \ : \ x+y \in \mathbb{Q}\}$. Allora:
[$f = 81.82\%$, $d = 0.00\%$, **non-responses: 1]**

☐ *(a)* X è connesso. **[0]**

☐ *(b)* X non è connesso. **[9]**

☐ *(c)* La chiusura di X in $\mathbb{R}^2$ è omeomorfa a $\mathbb{R}$. **[1]**

☐ *(d)* X è un sottospazio chiuso di $\mathbb{C}$. **[0]**

(12) La retta r di equazione $2u+3x+4y=0$ in $\mathbb{P}^2(\mathbb{R})$ (coordinate omogenee $[u:x:y]$) ha per punti all'infinito (retta all'infinito $u=0$)
[$f = 63.64\%$, $d = 50.00\%$, **non-responses: 1]**

☐ *(a)* $[0:-4:3]$. **[7]**

☐ *(b)* $[1:0:0]$. **[0]**

☐ *(c)* $[0:3:4]$. **[3]**

☐ *(d)* $[0:4:3]$. **[0]**

(13) Il gruppo affine $GA(3,\mathbb{R})$ di tutte le affinità su $\mathbb{A}^3(\mathbb{R})$:
[$f = 63.64\%$, $d = 50.00\%$, **non-responses: 3]**

☐ *(a)* è l'insieme di tutte le matrici 3×3 a coefficienti reali A tali che $\det(A)=1$. **[1]**

☐ *(b)* è il gruppo generato da tutte le traslazioni e le omotetie di $\mathbb{A}^3(\mathbb{R})$. **[0]**

☐ *(c)* è isomorfo a $GL(3,\mathbb{R})$. **[0]**

☐ *(d)* agisce in modo transitivo su $\mathbb{A}^3(\mathbb{R})$. **[7]**

(14) Se $A \in SO(3)$ è una matrice di rotazione diversa dalla matrice identità I, allora:
[$f = 72.73\%$, $d = 50.00\%$, **non-responses: 2]**

☐ *(a)* Esiste uno e un solo autovalore reale di A. **[0]**

☐ *(b)* Esiste $n \in \mathbb{Z}$ tale che $A^n = I$. **[1]**

☐ *(c)* Il numero 1 è certamente autovalore di A. **[8]**

☐ *(d)* Esistono due autovalori distinti complessi coniugati. **[0]**