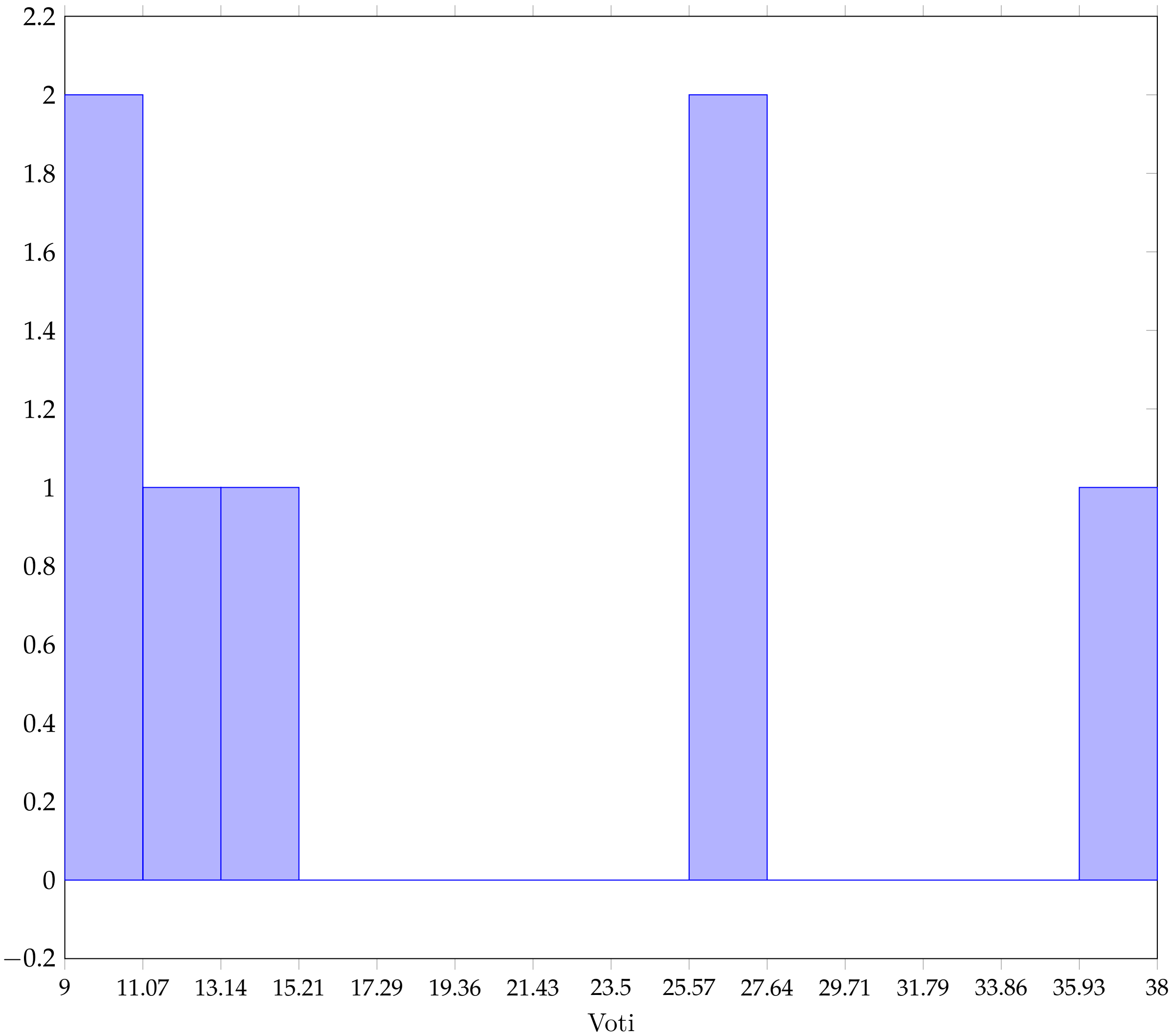


```
Number of Questions: 14
Number of Students: 7
Mean Score: 19.4285714286
Median Score: 14.0
Standard Deviation: 9.99795897538
Obtained Maximum: 38.0; Possible Maximum: 42.0
Obtained Minumum: 9.0; Possible Minimum: -14.0
Percentage with >= 25.2:  42.86%
Percentage with >= 21.0:  42.86%
Mean Score with >= 25.2: 30.0
```

Item analysis: f = facility index; d = discrimination index.

(1) Dato un piano π e una retta r in uno spazio affine di dimensione $n \geq 3$, quale delle seguenti affermazioni è falsa?
[$f = 100.00\%$, $d = 0.00\%$, **non-responses: 0**]

- *(a)* π e r possono essere paralleli. **[0]**
- *(b)* π e r possono avere infiniti punti di intersezione. **[0]**
- *(c)* π e r possono essere sghembi. **[0]**
- *(d)* π e r hanno la stessa dimensione. **[7]**

(2) Se X è uno spazio metrico, U è un aperto di X, allora U è *intorno* di $x_0 \in X$ se :
[$f = 57.14\%$, $d = 0.00\%$, **non-responses: 0**]

- *(a)* $\exists \delta > 0$ t.c. $(B_\delta(x_0) \setminus \{x_0\}) \cap U \neq \emptyset$. **[1]**
- *(b)* $\forall \delta > 0$, $B_\delta(x_0) \subset U$. **[2]**
- *(c)* x_0 è di accumulazione per U in X. **[0]**
- *(d)* $x_0 \in U$. **[4]**

(3) Sia X uno spazio metrico e $A \subset X$ un suo sottoinsieme. Un punto $x \in A$ è di accumulazione per A in X se:
[$f = 71.43\%$, $d = 100.00\%$, **non-responses: 0**]

- *(a)* $\forall r > 0$, $\forall x \in A$, $(B_r(x) \setminus \{x\}) \cap A \neq \emptyset$. **[1]**
- *(b)* $\forall x \in A$, $\forall r > 0$, $B_r(x) \cap A \neq \emptyset$. **[0]**
- *(c)* $\exists r > 0 : \forall x \in A$, $B_r(x) \subseteq A$. **[1]**
- *(d)* $\forall r > 0$, $B_r(x) \cap A$ non è finito. **[5]**

(4) Si osservi che se q_n è una successione di razionali che tende a un irrazionale, l'insieme $X = \{q_n : n \in \mathbb{N}\} \subset \mathbb{Q}$ è chiuso in $\mathbb{Q}$ ma non lo è come sottoinsieme di $\mathbb{R}$. Si osservi anche che l'insieme $\{\frac{1}{n} : n \in \mathbb{N}, n > 0\} \cup \{0\} \subset \mathbb{R}$ è chiuso in $\mathbb{R}$. Detto ciò, la domanda è la seguente. I compatti dello spazio metrico $\mathbb{Q}$ sono tutti e soli:
[$f = 28.57\%$, $d = 100.00\%$, **non-responses: 1**]

- *(a)* I punti di $\mathbb{Q}$. **[3]**
- *(b)* I sottoinsiemi finiti di $\mathbb{Q}$. **[0]**
- *(c)* Tutti i sottoinsiemi chiusi in $\mathbb{Q}$ e limitati. **[1]**
- *(d)* Nessuna delle altre risposte. **[2]**

(5) Sia X uno spazio metrico. Allora X non è completo se:
[$f = 71.43\%$, $d = 100.00\%$, **non-responses: 1**]

- *(a)* Ogni successione di Cauchy in X ammette una sottosuccessione convergente. **[0]**
- *(b)* X è compatto. **[0]**
- *(c)* $X = \mathbb{R}^n$ con $n \geq 1$. **[1]**
- *(d)* $X = \mathbb{Q}$. **[5]**

(6) Se $\mathbb{K}$ è un campo finito con n elementi, e r, l sono due rette distinte del piano proiettivo $\mathbb{P}^2(\mathbb{K})$, allora $r \cup l$ ha
[$f = 42.86\%$, $d = 100.00\%$, **non-responses: 3**]

- ☐ *(a)* $2n + 1$ punti. **[3]**
- ☐ *(b)* $2n + 2$ punti. **[0]**
- ☐ *(c)* $2n - 1$ punti. **[1]**
- ☐ *(d)* $2n$ punti. **[0]**

(7) Sia $F\colon V \to W$ un omomorfismo iniettivo di spazi vettoriali, e $f\colon \mathbb{P}(V) \to \mathbb{P}(W)$ la funzione indotta sugli spazi proiettivi corrispondenti. Quale tra le seguenti affermazioni è vera?
[$f = 57.14\%$, $d = 0.00\%$, **non-responses: 2**]

- ☐ *(a)* Se $V = W$, allora f è una proiettività. **[4]**
- ☐ *(b)* Per ogni $v \in V \smallsetminus \{0\}$, $f([v]) = F(v)$ **[0]**
- ☐ *(c)* Esiste una unica $F\colon V \to W$ che induce una data funzione proiettiva $f\colon \mathbb{P}(V) \to \mathbb{P}(W)$. **[1]**
- ☐ *(d)* La funzione proiettiva f non può mai essere un isomorfismo. **[0]**

(8) Uno spazio non vuoto con la topologia discreta è connesso se e soltanto se:
[$f = 85.71\%$, $d = 0.00\%$, **non-responses: 0**]

- ☐ *(a)* Ha un solo punto. **[6]**
- ☐ *(b)* Ha infiniti punti. **[0]**
- ☐ *(c)* È chiuso. **[0]**
- ☐ *(d)* Nessuna delle altre risposte. **[1]**

(9) Sia $X = [0, 1) \subset \mathbb{R}$, e $Y = \mathbb{Z} \subset \mathbb{R}$, entrambi con la topologia metrica (indotta da quella di $\mathbb{R}$). Sia $f\colon X \times Y \to \mathbb{R}$ la funzione definita da $f(t, k) = t + k$. Allora:
[$f = 14.29\%$, $d = 0.00\%$, **non-responses: 5**]

- ☐ *(a)* La funzione f è un omeomorfismo. **[0]**
- ☐ *(b)* La funzione f è una mappa quoziente, cioè $\mathbb{R}$ ha la topologia quoziente indotta da f. **[1]**
- ☐ *(c)* La funzione f non è una mappa chiusa. **[1]**
- ☐ *(d)* La funzione f è continua e biunivoca, e per ogni $K \subset \mathbb{R}$ compatto, la sua controimmagine $f^{-1}(K) \subset X \times Y$ è un compatto. **[0]**

(10) Sia X uno spazio topologico e $Z \subset X$ un suo sottoinsieme. La topologia indotta da X su Z è quella per cui gli aperti di Z sono:
[$f = 42.86\%$, $d = 100.00\%$, **non-responses: 3**]

- ☐ *(a)* Le intersezioni di aperti di X con il sottoinsieme Z. **[3]**
- ☐ *(b)* Gli aperti di X che sono contenuti in Z. **[1]**
- ☐ *(c)* I sottoinsiemi di Z il cui complementare in Z è chiuso in X. **[0]**
- ☐ *(d)* I sottoinsiemi di Z il cui complementare in X è chiuso in X. **[0]**

(11) Sia X uno spazio metrico. Allora:
[$f = 28.57\%$, $d = 100.00\%$, **non-responses: 2**]

- ☐ *(a)* Se X è compatto e $\{x_n\}$ è una successione in X, allora esiste una sottosuccessione convergente di $\{x_n\}$, ma in genere non è vero il viceversa. Se $X \neq \mathbb{R}^n$, potrebbe capitare che X è compatto per successioni ma non compatto. **[2]**
- ☐ *(b)* X è compatto se e solo se ogni successione $\{x_n\}$ in X è convergente. **[1]**
- ☐ *(c)* X è compatto se e soltanto se ogni insieme infinito di punti di X ha un punto limite in X. **[2]**
- ☐ *(d)* Se X non è compatto, e $\{x_n\}$ è una successione in X, allora $\{x_n\}$ non può avere sottosuccessioni convergenti. **[0]**

(12) Sia X l'insieme di tutti i sottospazi affini di dimensione 1 del piano affine reale $\mathbb{A}^2(\mathbb{R})$, Y l'insieme di tutte le coppie di punti distinti di $\mathbb{A}^2(\mathbb{R})$, e $f\colon Y \to X$ la funzione che associa alla coppia di punti $(A, B) \in Y$ la unica retta per A e B. La funzione f è:
[$f = 71.43\%$, $d = 100.00\%$, **non-responses: 2**]

- ☐ *(a)* biunivoca. **[0]**
- ☐ *(b)* suriettiva ma non iniettiva. **[5]**
- ☐ *(c)* iniettiva ma non suriettiva. **[0]**
- ☐ *(d)* non definita su tutto Y. **[0]**

(13) Si considerino i tre punti $A = [1 : 0 : 0]$, $B = [0 : 1 : 0]$, $C = [0 : 0 : 1]$ nel piano proiettivo $\mathbb{P}^2(\mathbb{R})$.
[$f = 28.57\%$, $d = 100.00\%$, **non-responses: 4**]

- ☐ *(a)* I tre punti sono allineati. **[0]**
- ☐ *(b)* Per ogni scelta di tre punti non allineati $A', B', C' \in \mathbb{P}^2(\mathbb{R})$, gli insiemi $\{A, B, C\}$ e $\{A', B', C'\}$ sono proiettivamente equivalenti. **[2]**
- ☐ *(c)* Esiste una carta affine in cui A, B, C hanno coordinate affini rispettivamente $(0, 0)$, $(1, 0)$, $(-1, 0)$. **[0]**
- ☐ *(d)* L'equazione della retta per A e B è $x + y + u = 0$ (in coordinate omogenee $[x : y : u]$). **[1]**

(14) Se r e l sono due rette distinte nel piano proiettivo $\mathbb{P}^2(K)$, dove K è un campo di ordine n, allora $r \cap l$ ha
[$f = 42.86\%$, $d = 100.00\%$, **non-responses: 3**]

- ☐ *(a)* 1 punto. **[3]**
- ☐ *(b)* n punti. **[0]**
- ☐ *(c)* $n - 1$ punti. **[0]**
- ☐ *(d)* nessuna delle altre risposte. **[1]**