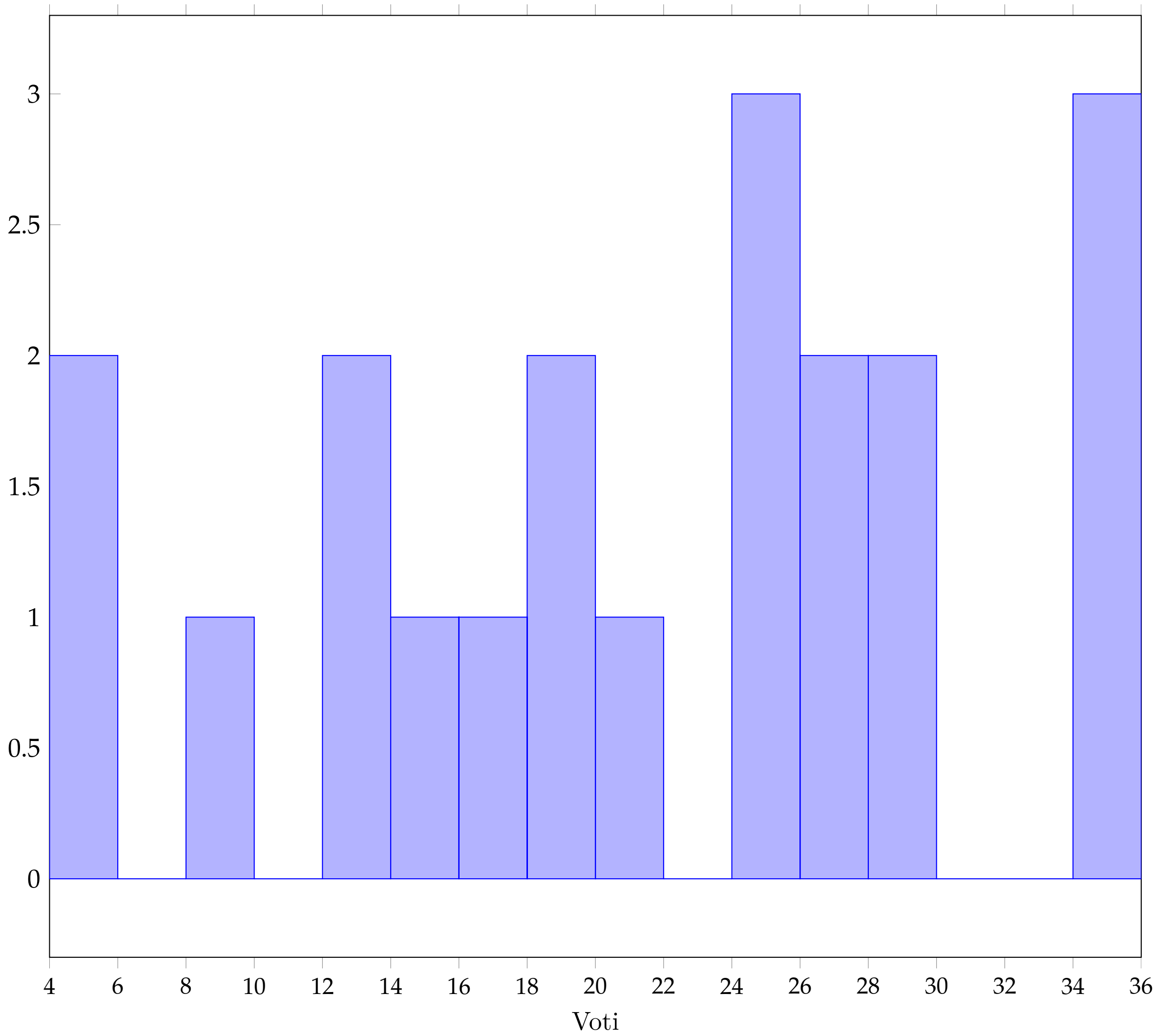


```
Number of Questions: 14
Number of Students: 20
Mean Score: 20.8
Median Score: 22.5
Standard Deviation: 9.25526876973
Obtained Maximum: 36.0; Possible Maximum: 42.0
Obtained Minumum: 4.0; Possible Minimum: -14.0
Percentage with >= 25.2:  35.00%
Percentage with >= 21.0:  55.00%
Mean Score with >= 25.2: 30.4285714286
```

Item analysis: f = facility index; d = discrimination index.

(1) Sia X uno spazio metrico e $A \subset X$ un suo sottoinsieme. Un punto $x \in A$ è di accumulazione per A in X se:
[$f = 55.00\%$, $d = 60.00\%$, **non-responses: 0**]

- ☐ *(a)* $\forall r > 0$, $\forall x \in A$, $(B_r(x) \smallsetminus \{x\}) \cap A \neq \emptyset$. **[7]**
- ☐ *(b)* $\forall x \in A$, $\forall r > 0$, $B_r(x) \cap A \neq \emptyset$. **[1]**
- ☐ *(c)* $\exists r > 0 : \forall x \in A$, $B_r(x) \subseteq A$. **[1]**
- ☐ *(d)* $\forall r > 0$, $B_r(x) \cap A$ non è finito. **[11]**

(2) Siano X e Y due spazi topologici, e $X \times Y$ lo spazio prodotto con la topologia prodotto. Sia $p \colon X \times Y \to X$ la proiezione sulla prima componente. Quale delle seguenti affermazioni è falsa?
[$f = 70.00\%$, $d = 40.00\%$, **non-responses: 3**]

- ☐ *(a)* p è sempre continua e chiusa. **[14]**
- ☐ *(b)* p è sempre continua e aperta. **[2]**
- ☐ *(c)* p può non essere iniettiva. **[1]**
- ☐ *(d)* p può essere un omeomorfismo. **[0]**

(3) Siano date, per $j = 1, 2$ e $n \geq 3$, le due rette $r_j = \{A_j + t_j \boldsymbol{v}_j : t_j \in \mathbb{R}\} \subset \mathbb{E}^n$, con $\boldsymbol{v}_j \neq \boldsymbol{0}$. Quale delle seguenti non è necessariamente vera?
[$f = 25.00\%$, $d = 80.00\%$, **non-responses: 12**]

- ☐ *(a)* Se esistono due rette distinte, ortogonali a r_1 e r_2 ed incidenti a r_1 e r_2, allora r_1 e r_2 sono sghembe. **[5]**
- ☐ *(b)* $r_1 \cap r_2 \neq \emptyset \iff \exists (t_1, t_2) \in \mathbb{R}^2$ tale che $(A_1 - A_2) = t_1 \boldsymbol{v}_1 + t_2 \boldsymbol{v}_2$. **[1]**
- ☐ *(c)* Le rette r_1 e r_2 sono parallele se e solo se la matrice $\begin{bmatrix} \boldsymbol{v}_1 \cdot \boldsymbol{v}_1 & \boldsymbol{v}_1 \cdot \boldsymbol{v}_2 \\ \boldsymbol{v}_2 \cdot \boldsymbol{v}_1 & \boldsymbol{v}_2 \cdot \boldsymbol{v}_2 \end{bmatrix}$ non è invertibile. **[2]**
- ☐ *(d)* Dati t_1 e t_2 in $\mathbb{R}$, se P_j sono i punti definiti da $P_j = A_j + t_j \boldsymbol{v}_j \in r_j$ per $j = 1, 2$, allora se $P_1 \neq P_2$ la retta l per P_1 e P_2 è ortogonale a r_1 e r_2 se e soltanto se

$$(A_1 - A_2 + t_1 \boldsymbol{v}_1 - t_2 \boldsymbol{v}_2) \cdot \boldsymbol{v}_1 = 0$$
$$(A_1 - A_2 + t_1 \boldsymbol{v}_1 - t_2 \boldsymbol{v}_2) \cdot \boldsymbol{v}_2 = 0\ .$$

[0]

(4) Sia X uno spazio metrico. Quale delle seguenti affermazioni non è equivalente alle altre?
[$f = 65.00\%$, $d = 100.00\%$, **non-responses: 1**]

- ☐ *(a)* X è compatto. **[0]**
- ☐ *(b)* X è compatto per successioni. **[5]**
- ☐ *(c)* Ogni insieme finito di punti in X ha un punto di accumulazione in X. **[13]**
- ☐ *(d)* Ogni successione in X ammette una sottosuccessione convergente in X. **[1]**

(5) Quale delle seguenti affermazioni non è necessariamente vera?
[$f = 90.00\%$, $d = 40.00\%$, **non-responses: 1**]

- ☐ *(a)* Se $f\colon [a,b] \subset \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ è una funzione continua, allora f assume tutti i valori compresi tra $f(a)$ e $f(b)$. **[1]**
- ☐ *(b)* Se $f\colon [a,b] \subset \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ è una funzione continua tale che $f(a)f(b) < 0$, allora esiste $x_0 \in (a,b)$ tale che $f(x_0) = 0$. **[0]**
- ☐ *(c)* Se X è connesso per archi, allora X è connesso. **[0]**
- ☐ *(d)* L'unione di insiemi connessi è connessa. **[18]**

(6) Se $f\colon X \to Y$ è una mappa affine, allora l'immagine di una retta di X in Y deve essere:
[$f = 90.00\%$, $d = 20.00\%$, **non-responses: 1**]

- ☐ *(a)* Un punto di Y. **[0]**
- ☐ *(b)* Un piano di Y. **[1]**
- ☐ *(c)* Una retta di Y. **[0]**
- ☐ *(d)* Una retta o un punto di Y. **[18]**

(7) Quale delle seguenti affermazioni è falsa?
[$f = 50.00\%$, $d = -20.00\%$, **non-responses: 8**]

- ☐ *(a)* Se $f\colon X \to Y$ è una funzione affine, allora non è una funzione costante. **[10]**
- ☐ *(b)* Se $f\colon X \to Y$ è una traslazione, allora è una mappa affine. **[0]**
- ☐ *(c)* Se $f\colon X \to X$ è l'identità, allora è una mappa affine oppure è una funzione costante. **[2]**
- ☐ *(d)* Se X e Y sono due spazi affini su campo $\mathbb{K}$ con la stessa dimensione, allora sono tra loro isomorfi. **[0]**

(8) Quale delle seguenti affermazioni è falsa?
[$f = 25.00\%$, $d = 60.00\%$, **non-responses: 8**]

- ☐ *(a)* Ogni isometria del piano euclideo $\mathbb{E}^2$ è composizione di rotazioni (con centri eventualmente distinti) e traslazioni. **[5]**
- ☐ *(b)* Ogni isometria del piano euclideo $\mathbb{E}^2$ è composizione di al più tre riflessioni attorno a rette. **[3]**
- ☐ *(c)* La composizione di due riflessioni del piano euclideo $\mathbb{E}^2$ attorno a due rette parallele distinte è una traslazione non banale. **[1]**
- ☐ *(d)* Ogni rotazione del piano euclideo $\mathbb{E}^2$ può essere scritta come una rotazione che fissa l'origine seguita da una traslazione. **[3]**

(9) Quale delle seguenti affermazioni a proposito di sottospazi di $\mathbb{Q}$ è vera?
[$f = 30.00\%$, $d = -40.00\%$, **non-responses: 3**]

- ☐ *(a)* Gli intervalli chiusi $[a,b] \subset \mathbb{Q}$, con $a,b \in \mathbb{Q}$ e $a < b$ sono tutti compatti. **[1]**
- ☐ *(b)* Non ci sono sottospazi compatti di $\mathbb{Q}$ con un numero infinito di elementi. **[0]**
- ☐ *(c)* Gli unici sottoinsiemi compatti di $\mathbb{Q}$ sono gli insiemi con un singolo elemento (cioè i punti). **[10]**

☐ *(d)* Se $X \subset \mathbb{Q}$ è infinito e compatto, allora non può avere la topologia discreta. **[6]**

(10) Sia $X = \mathbb{Z}$, e $\tau \subset 2^X$ l'insieme costituito da tutti i sottoinsiemi di X con complementare finito, unita all'insieme X e all'insieme vuoto.
[$f = 45.00\%$, $d = 100.00\%$, **non-responses: 7**]

☐ *(a)* τ è una topologia per X ed è una base per una topologia su X. **[9]**

☐ *(b)* τ è una base per una topologia di X, ma non è una topologia per X. **[1]**

☐ *(c)* τ è una topologia per X, ma non è una base per una topologia di X. **[3]**

☐ *(d)* τ non è né una base né una topologia su X. **[0]**

(11) La sfera S^2 quozientata rispetto alla relazione di equivalenza $P \sim Q \iff P = \pm Q$ è omeomorfa a:
[$f = 55.00\%$, $d = 40.00\%$, **non-responses: 5**]

☐ *(a)* Il piano proiettivo reale. **[11]**

☐ *(b)* Una sfera. **[0]**

☐ *(c)* Il piano proiettivo complesso. **[3]**

☐ *(d)* Un cilindro. **[1]**

(12) Il gruppo topologico $SO(2)$ è omeomorfo:
[$f = 60.00\%$, $d = 0.00\%$, **non-responses: 3**]

☐ *(a)* alla circonferenza unitaria S^1. **[12]**

☐ *(b)* all'unione disgiunta di due circonferenze $S^1 \sqcup S^1$. **[3]**

☐ *(c)* al disco aperto $D = \{z \in \mathbb{C} : |z| < 1\}$. **[0]**

☐ *(d)* all'intervallo $[0, 2\pi)$. **[2]**

(13) Se r e l sono due rette distinte nel piano proiettivo $\mathbb{P}^2(K)$, dove K è un campo di ordine n, allora $r \cup l$ ha
[$f = 60.00\%$, $d = 100.00\%$, **non-responses: 4**]

☐ *(a)* $2n+1$ punti. **[12]**

☐ *(b)* $2n+2$ punti. **[0]**

☐ *(c)* $2n$ punti. **[2]**

☐ *(d)* $2n-1$ punti. **[2]**

(14) Sia $G = GL(2, \mathbb{R})$ il gruppo delle matrici invertibili 2×2 a coefficienti in $\mathbb{R}$. Allora G:
[$f = 75.00\%$, $d = 60.00\%$, **non-responses: 4**]

☐ *(a)* è compatto e connesso. **[1]**

☐ *(b)* non è connesso e non è compatto. **[15]**

☐ *(c)* è compatto e non è connesso. **[0]**

☐ *(d)* è connesso e non è compatto. **[0]**