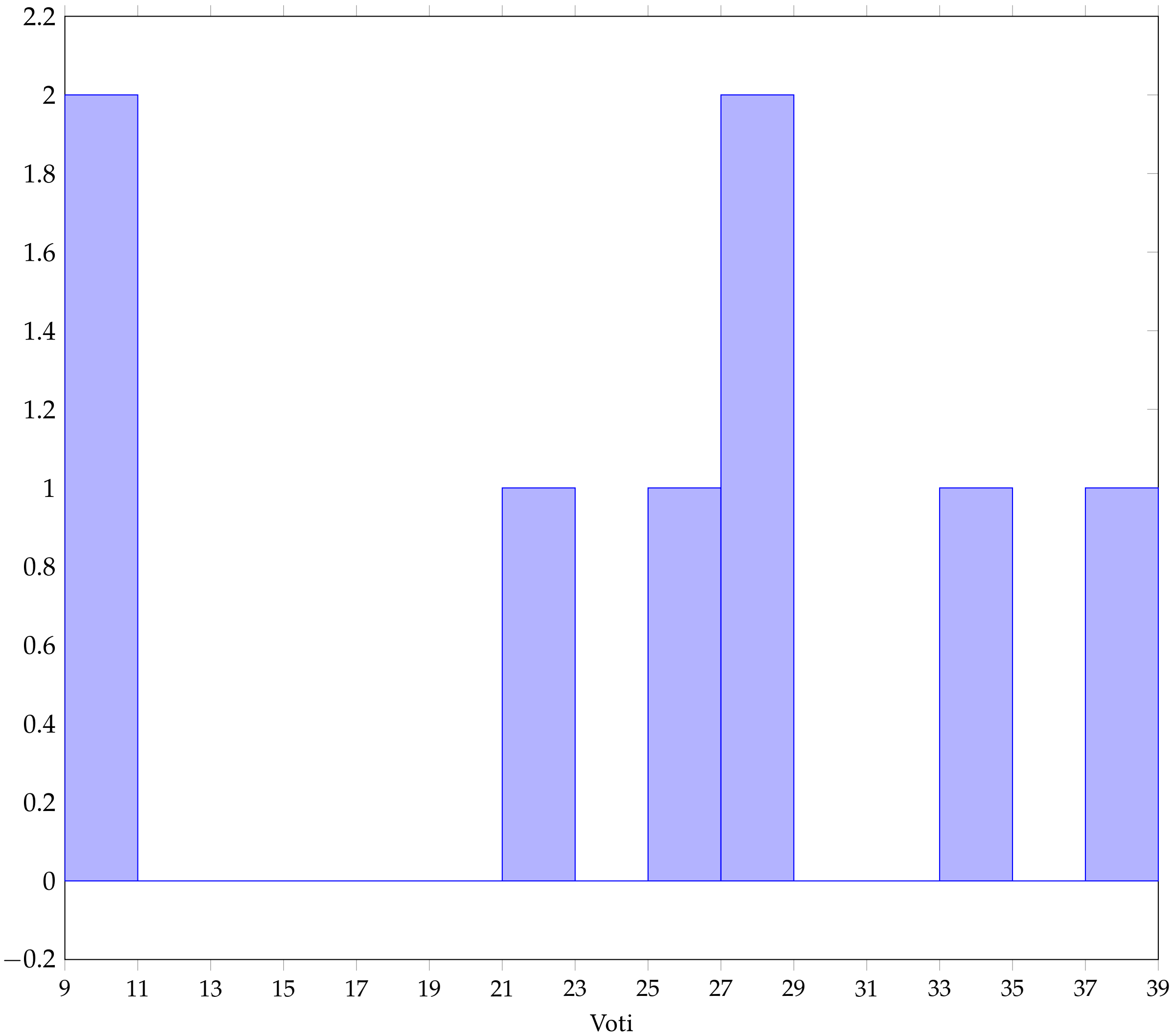


```
Number of Questions: 14
Number of Students: 8
Mean Score: 24.25
Median Score: 26.5
Standard Deviation: 10.0467656487
Obtained Maximum: 39.0; Possible Maximum: 42.0
Obtained Minumum: 9.0; Possible Minimum: -14.0
Percentage with >= 25.2:  62.50%
Percentage with >= 21.0:  75.00%
Mean Score with >= 25.2: 30.8
```

Item analysis: f = facility index; d = discrimination index.

(1) Uno spazio topologico X è connesso se :
[$f = 100.00\%$, $d = 0.00\%$, **non-responses: 0]**

- ☐ *(a)* Gli unici sottoinsiemi di X simultaneamente aperti e chiusi sono $\emptyset$ e X. **[8]**
- ☐ *(b)* L'unico sottoinsieme sia aperto che chiuso è l'insieme vuoto. **[0]**
- ☐ *(c)* L'unico sottoinsieme sia aperto che chiuso è X. **[0]**
- ☐ *(d)* Non esistono sottoinsiemi di X sia aperti che chiusi. **[0]**

(2) Sia X uno spazio metrico compatto. Quale non è necessariamente vera?
[$f = 50.00\%$, $d = 100.00\%$, **non-responses: 1]**

- ☐ *(a)* Ogni ricoprimento aperto di X ammette un sottoricoprimento finito. **[0]**
- ☐ *(b)* Ogni sottoinsieme $Y \subset X$ di X è compatto. **[4]**
- ☐ *(c)* Ogni sottoinsieme $Y \subset X$ ha almeno un punto di accumulazione in X, oppure è finito. **[2]**
- ☐ *(d)* Ogni successione in X ha almeno una sottosuccessione convergente in X. **[1]**

(3) Uno spazio topologico X si dice di Hausdorff se :
[$f = 100.00\%$, $d = 0.00\%$, **non-responses: 0]**

- ☐ *(a)* $\forall x, y \in X$, $x \neq y$, $\exists U_x, U_y$ rispettivamente intorni di x e y con $U_x \cap U_y = \emptyset$. **[8]**
- ☐ *(b)* $\forall x, y \in X$, $x \neq y$, $\forall U_x, U_y$ rispettivamente intorni di x e y con $U_x \cap U_y = \emptyset$. **[0]**
- ☐ *(c)* $\forall x, y \in X$, $x \neq y$, $\exists U_x, U_y$ rispettivamente intorni di x e y con $U_x \cap U_y \neq \emptyset$. **[0]**
- ☐ *(d)* X non è metrizzabile. **[0]**

(4) Quale delle seguenti affermazioni è vera?
[$f = 75.00\%$, $d = 50.00\%$, **non-responses: 1]**

- ☐ *(a)* La circonferenza è omeomorfa alla retta reale. **[0]**
- ☐ *(b)* $f\colon [0, 2\pi) \subset \mathbb{R} \to S^1 \subset \mathbb{C}$ definita ponendo $f(t) = \cos(2\pi t) + i\sin(2\pi t)$ è un omeomorfismo. **[0]**
- ☐ *(c)* La sfera meno un punto è omeomorfa a $\mathbb{R}^2$. **[6]**
- ☐ *(d)* $[0, 1) \times [0, 1)$ non è omeomorfo a $[0, 1] \times [0, 1)$. **[1]**

(5) Si osservi che se q_n è una successione di razionali che tende a un irrazionale, l'insieme $X = \{q_n : n \in \mathbb{N}\} \subset \mathbb{Q}$ è chiuso in $\mathbb{Q}$ ma non lo è come sottoinsieme di $\mathbb{R}$. Si osservi anche che l'insieme $\{\frac{1}{n} : n \in \mathbb{N}, n > 0\} \cup \{0\} \subset \mathbb{R}$ è chiuso in $\mathbb{R}$. Detto ciò, la domanda è la seguente. I compatti dello spazio metrico $\mathbb{Q}$ sono tutti e soli:
[$f = 37.50\%$, $d = 50.00\%$, **non-responses: 2]**

- (a) I punti di $\mathbb{Q}$. **[3]**
- (b) I sottoinsiemi finiti di $\mathbb{Q}$. **[0]**
- (c) Tutti i sottoinsiemi chiusi in $\mathbb{Q}$ e limitati. **[0]**
- (d) Nessuna delle altre risposte. **[3]**

(6) Quale delle seguenti affermazioni non è necessariamente vera?
[$f = 75.00\%$, $d = 50.00\%$, **non-responses: 2]**

- (a) Se $f\colon [a,b] \subset \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ è una funzione continua, allora f assume tutti i valori compresi tra $f(a)$ e $f(b)$. **[0]**
- (b) Se $f\colon [a,b] \subset \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ è una funzione continua tale che $f(a)f(b) < 0$, allora esiste $x_0 \in (a,b)$ tale che $f(x_0) = 0$. **[0]**
- (c) Se X è connesso per archi, allora X è connesso. **[0]**
- (d) L'unione di insiemi connessi è connessa. **[6]**

(7) Se A, B e C sono tre punti non allineati in uno spazio proiettivo $\mathbb{P}^n(\mathbb{K})$ su campo $\mathbb{K}$, allora la funzione $f\colon \mathbb{P}^2(\mathbb{K}) \to \mathbb{P}^n(\mathbb{K})$ definita da $f(t_0, t_1, t_2) = [t_0 A + t_1 B + t_2 C]$ non è :
[$f = 37.50\%$, $d = 50.00\%$, **non-responses: 3]**

- (a) un isomorfismo affine. **[3]**
- (b) ben definita. **[0]**
- (c) una funzione proiettiva. **[0]**
- (d) una parametrizzazione proiettiva del piano che passa per i tre punti A, B e C. **[2]**

(8) Quale tra le seguenti non è una affinità?
[$f = 75.00\%$, $d = 50.00\%$, **non-responses: 0]**

- (a) Una proiezione parallela su un sottospazio di codimensione positiva. **[6]**
- (b) La funzione identià. **[2]**
- (c) Una traslazione. **[0]**
- (d) Una riflessione. **[0]**

(9) Sia $X \subset [0,1] \subset \mathbb{R}$ un insieme infinito di numeri reali. Allora:
[$f = 75.00\%$, $d = 50.00\%$, **non-responses: 1]**

- (a) Esiste $x \in X$ tale che $x \in \mathbb{Q}$ e x è di accumulazione per X in $\mathbb{R}$. **[1]**
- (b) L'insieme X non può essere chiuso in $\mathbb{R}$. **[0]**
- (c) L'insieme dei punti di accumulazione di X in $\mathbb{R}$ non può essere finito. **[0]**
- (d) L'insieme dei punti di accumulazione di X in $\mathbb{R}$ non può essere vuoto. **[6]**

(10) Sia X uno spazio topologico. Se $f\colon X \to \mathbb{Q}$ è una funzione continua e suriettiva, allora:
[$f = 75.00\%$, $d = 50.00\%$, **non-responses: 0]**

- ☐ *(a)* Lo spazio X non può essere né connesso né compatto. **[6]**
- ☐ *(b)* Lo spazio X può essere compatto ma non connesso. **[0]**
- ☐ *(c)* Lo spazio X può essere connesso ma non compatto. **[0]**
- ☐ *(d)* Lo spazio X può essere sia compatto che connesso. **[2]**

(11) Se X e Y sono due spazi topologici, e il prodotto $X \times Y$ ha la topologia prodotto:
[$f = 25.00\%$, $d = 50.00\%$, **non-responses**: 2]

- ☐ *(a)* Se $U \subset X \times Y$ è aperto di $X \times Y$, allora esistono $A \subset X$ e $B \subset Y$ entrambi aperti tali che $U = A \times B$. **[2]**
- ☐ *(b)* Se $A \subset X$ e $B \subset Y$ sono entrambi aperti allora $U = A \times B$ è aperto in $X \times Y$. **[2]**
- ☐ *(c)* Per ogni $x \in X$ il sottoinsieme $\{x\} \times Y \subset X \times Y$ è aperto in $X \times Y$. **[0]**
- ☐ *(d)* Non può esistere $x \in X$ tale che il sottoinsieme $\{x\} \times Y \subset X \times Y$ sia aperto in $X \times Y$. **[2]**

(12) Sia $f \colon \mathbb{E}^3 \to \mathbb{E}^3$ una isometria dello spazio euclideo $\mathbb{E}^3$. Allora:
[$f = 75.00\%$, $d = 100.00\%$, **non-responses**: 1]

- ☐ *(a)* esiste $x \in \mathbb{E}^3$ tale che $f(x) = x$. **[0]**
- ☐ *(b)* esiste una retta $l \subset \mathbb{E}^3$ tale che per ogni $x \in l$ si ha $f(x) = x$. **[0]**
- ☐ *(c)* esiste un riferimento affine euclideo nel quale si scrive $f(x) = Ax + b$, con $A \in SO(3)$ e b vettore di $\mathbb{R}^3$. **[1]**
- ☐ *(d)* esiste un riferimento affine euclideo nel quale si scrive $f(x) = Ax + b$, con $A \in O(3)$ e b vettore di $\mathbb{R}^3$. **[6]**

(13) Se $A \in SO(3)$ è una matrice di rotazione diversa dalla matrice identità I, allora:
[$f = 62.50\%$, $d = 100.00\%$, **non-responses**: 1]

- ☐ *(a)* Esiste uno e un solo autovalore reale di A. **[0]**
- ☐ *(b)* Esiste $n \in \mathbb{Z}$ tale che $A^n = I$. **[2]**
- ☐ *(c)* Il numero 1 è certamente autovalore di A. **[5]**
- ☐ *(d)* Esistono due autovalori distinti complessi coniugati. **[0]**

(14) Nello spazio proiettivo $\mathbb{P}^n(\mathbb{K})$, i punti $[x_0 : x_1 : \ldots : x_n]$ la cui j-esima coordinata proiettiva x_j è zero sono, per ogni n:
[$f = 37.50\%$, $d = 50.00\%$, **non-responses**: 4]

- ☐ *(a)* i punti impropri della j-esima carta affine in $\mathbb{P}^n(\mathbb{K})$. **[3]**
- ☐ *(b)* i punti della j-esima carta affine in $\mathbb{P}^n(\mathbb{K})$. **[0]**
- ☐ *(c)* uno spazio topologico omeomorfo ad S^1. **[0]**

☐ *(d)* i punti della chiusura proiettiva di un iperpiano affine della j-esima carta affine. **[1]**