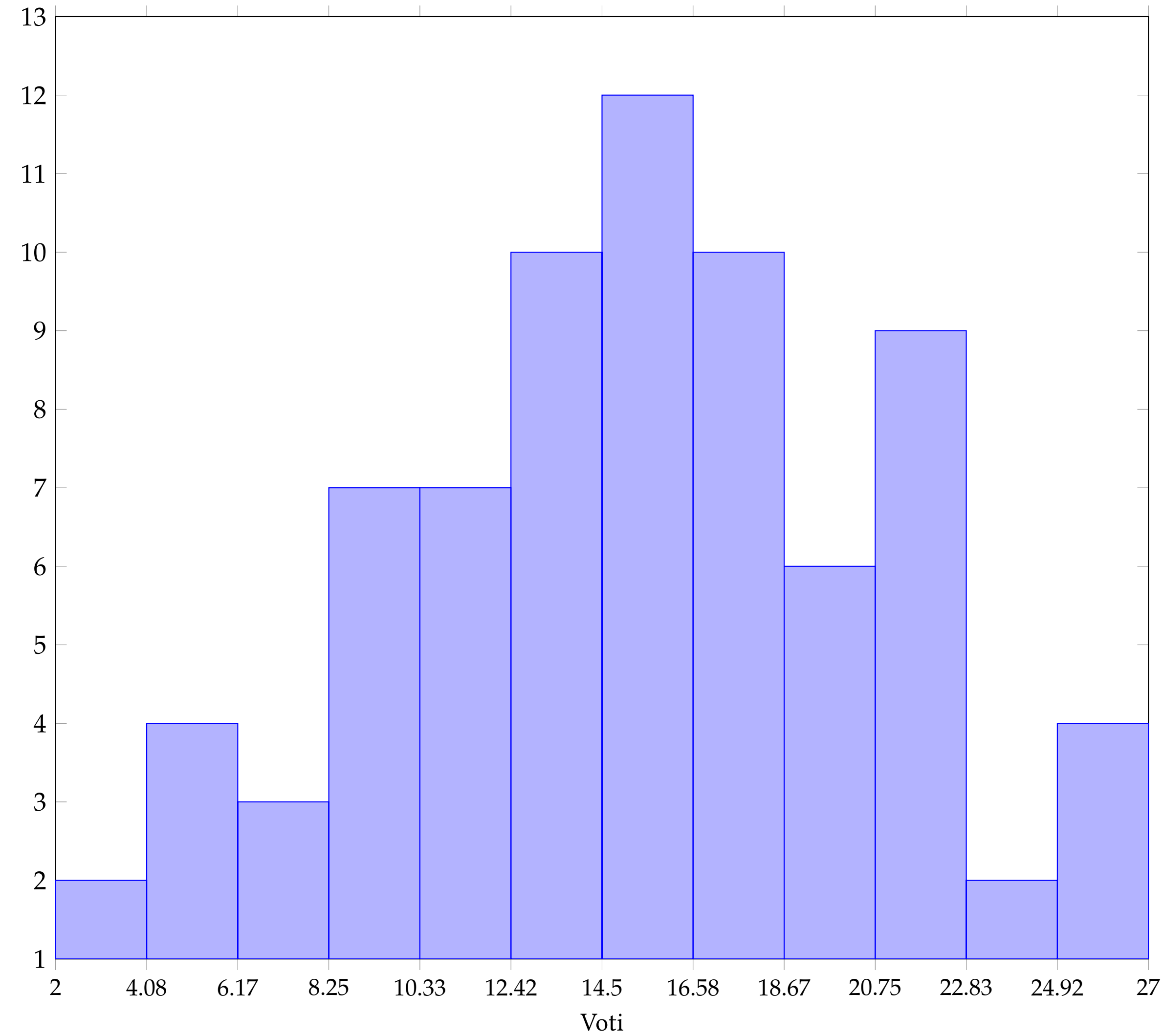

Number of Questions: 10
Number of Students: 76
Mean Score: 15.3289473684
Median Score: 15.0
Standard Deviation: 5.59696383364
Obtained Maximum: 27.0; Possible Maximum: 30.0
Obtained Minumum: 2.0; Possible Minimum: -10.0
Percentage with >= 18.0: 38.16%
Percentage with >= 15.0: 56.58%
Mean Score with >= 18.0: 21.0

Item analysis: f = facility index; d = discrimination index.

*(Segnare **la** risposta corretta, e riportarla poi nella prima pagina. Una risposta giusta vale $+3$, una risposta sbagliata -1, nessuna risposta o più di una risposta segnata: 0)*

(1) Quale delle seguenti affermazioni è falsa:
[$f = 77.63\%$, $d = 65.00\%$, non-responses: 11]

- ☐ *(a)* Lo spazio proiettivo è uno spazio quoziente. **[1]**
- ☐ *(b)* Le classi di equivalenza che costituiscono i punti dello spazio proiettivo sono sottospazi vettoriali di dimensione 1. **[2]**
- ☐ *(c)* Lo spazio proiettivo $\mathbb{P}^n(\mathbb{K})$ è unione della carta affine $\mathbb{A}^n_0(\mathbb{K})$ e dell'iperpiano dei punti all'infinito $\mathbb{P}^{n-1}_0(\mathbb{K})$. **[3]**
- ☐ *(d)* Esiste un punto in $\mathbb{P}^n(\mathbb{K})$ con coordinate proiettive omogenee tutte zero (l'origine). **[59]**

(2) Siano X e Y spazi affini su campo $\mathbb{R}$. Quale delle seguenti implicazioni è falsa?
[$f = 39.47\%$, $d = 70.00\%$, non-responses: 12]

- ☐ *(a)* Se $f\colon X \to Y$ è una mappa affine, allora esiste unica la mappa $\overrightarrow{f}\colon \overrightarrow{X} \to \overrightarrow{Y}$. **[24]**
- ☐ *(b)* Se $\dim(X) = \dim(Y)$ allora X e Y sono isomorfi dal punto di vista affine. **[5]**
- ☐ *(c)* Se A, B, C sono tre punti di X e $f\colon X \to Y$ è una mappa affine, allora la tre immagini $f(A)$, $f(B)$ e $f(C)$ sono allineate in Y se e solo se A, B, C sono allineati in X. **[30]**
- ☐ *(d)* Se $f\colon X \to Y$ è una mappa affine biunivoca, allora $\overrightarrow{f}\colon \overrightarrow{X} \to \overrightarrow{Y}$ è un isomorfismo di spazi vettoriali. **[5]**

(3) Se $f\colon X \to Y$ è una mappa affine, allora l'immagine di una retta di X in Y deve essere:
[$f = 98.68\%$, $d = 5.00\%$, non-responses: 1]

- ☐ *(a)* Un punto di Y. **[0]**
- ☐ *(b)* Un piano di Y. **[0]**
- ☐ *(c)* Una retta di Y. **[0]**
- ☐ *(d)* Una retta o un punto di Y. **[75]**

(4) Siano $S, T \subset X$ sottospazi affini di X tali che $S \cap T \neq \emptyset$, allora $S \cap T$ è una sottospazio affine di X la cui dimensione soddisfa:
[$f = 94.74\%$, $d = 15.00\%$, non-responses: 0]

- ☐ *(a)* $\dim(S) + \dim(T) \leq \dim(X) + \dim(S \cap T)$. **[72]**
- ☐ *(b)* $\dim(S) + \dim(T) \geq \dim(X) + \dim(S \cap T)$. **[3]**
- ☐ *(c)* $\dim(S) + \dim(T) = \dim(X) - \dim(S \cap T)$. **[0]**
- ☐ *(d)* $\dim(S) + \dim(T) \leq \dim(X) - \dim(S \cap T)$. **[1]**

(5) Se X è uno spazio affine reale di dimensione n, e $f\colon X \to \mathbb{A}^{n-d}(\mathbb{R})$ è una mappa affine suriettiva, quale dei seguenti è un sottospazio affine di X di dimensione d?
[$f = 7.89\%$, $d = 10.00\%$, non-responses: 7]

- ☐ *(a)* $\{P \in X : f(P) = Q\}$, per $Q \in \mathbb{A}^{n-d}(\mathbb{R})$ tale che $Q \neq \underline{0}$. **[6]**
- ☐ *(b)* $\{P \in X : f(P) = 0 \in \mathbb{R}\}$. **[62]**
- ☐ *(c)* $\{P \in X : f(P) > 0\}$. **[0]**
- ☐ *(d)* $\{P \in X : f(P) \neq 0 \in \mathbb{R}\}$. **[1]**

(6) Se $\mathbb{K}$ è un campo finito con n elementi, e r, l sono due rette distinte del piano proiettivo $\mathbb{P}^2(\mathbb{K})$, allora $r \cup l$ ha
[$f = 76.32\%$, $d = 55.00\%$, non-responses: 11]

- ☐ *(a)* $2n+1$ punti. **[58]**
- ☐ *(b)* $2n+2$ punti. **[0]**
- ☐ *(c)* $2n-1$ punti. **[6]**
- ☐ *(d)* $2n$ punti. **[1]**

(7) Quale delle seguenti frasi è vera?
[$f = 26.32\%$, $d = 35.00\%$, **non-responses**: 23]

- ☐ *(a)* Ogni isometria di $\mathbb{E}^n$ che fissa esattamente un punto è una rotazione. **[3]**
- ☐ *(b)* La composizione di rotazioni attorno all'origine di $\mathbb{E}^n$ è commutativa. **[27]**
- ☐ *(c)* Sia in $\mathbb{E}^2$ la rotazione di angolo θ attorno ad un punto $Q \in \mathbb{E}^2$, scritta in coordinate come $f(\boldsymbol{x}) = A\boldsymbol{x} + \boldsymbol{b}$. Allora $g(\boldsymbol{x}) = A\boldsymbol{x}$ è la rotazione di angolo θ attorno all'origine. **[20]**
- ☐ *(d)* Nessuna delle altre risposte. **[3]**

(8) Si assuma vero che date due rette sghembe in $\mathbb{E}^n$, allora esiste una e una unica retta ortogonale e incidente ad entrambe. Siano r una retta e π un piano, sghembi in $\mathbb{E}^4$. Allora:
[$f = 38.16\%$, $d = 60.00\%$, **non-responses**: 30]

- ☐ *(a)* Esiste una e una sola retta ortogonale ed incidente sia a r che a π. **[29]**
- ☐ *(b)* Non esiste necessariamente una retta ortogonale ed incidente sia a r che a π. **[4]**
- ☐ *(c)* Esistono due rette distinte l_1 e l_2, che sono entrambe ortogonali e incidenti sia a r che a π, e che non sono sghembe. **[11]**
- ☐ *(d)* Per $P \in r$, sia P' la proiezione ortogonale di P su π, e P'' la proiezione ortogonale di P' su r. La funzione $r \to r$ definita da $P \mapsto P''$ può non essere una mappa affine. **[2]**

(9) Siano date, per $j = 1, 2$ e $n \geq 3$, le due rette $r_j = \{A_j + t_j \boldsymbol{v}_j : t_j \in \mathbb{R}\} \subset \mathbb{E}^n$, con $\boldsymbol{v}_j \neq \boldsymbol{0}$. Quale delle seguenti non è necessariamente vera?
[$f = 59.21\%$, $d = 60.00\%$, **non-responses**: 26]

- ☐ *(a)* Se esistono due rette distinte, ortogonali a r_1 e r_2 ed incidenti a r_1 e r_2, allora r_1 e r_2 sono sghembe. **[45]**
- ☐ *(b)* $r_1 \cap r_2 \neq \emptyset \iff \exists (t_1, t_2) \in \mathbb{R}^2$ tale che $(A_1 - A_2) = t_1 \boldsymbol{v}_1 + t_2 \boldsymbol{v}_2$. **[4]**
- ☐ *(c)* Le rette r_1 e r_2 sono parallele se e solo se la matrice $\begin{bmatrix} \boldsymbol{v}_1 \cdot \boldsymbol{v}_1 & \boldsymbol{v}_1 \cdot \boldsymbol{v}_2 \\ \boldsymbol{v}_2 \cdot \boldsymbol{v}_1 & \boldsymbol{v}_2 \cdot \boldsymbol{v}_2 \end{bmatrix}$ non è invertibile. **[1]**
- ☐ *(d)* Dati t_1 e t_2 in $\mathbb{R}$, se P_j sono i punti definiti da $P_j = A_j + t_j \boldsymbol{v}_j \in r_j$ per $j = 1, 2$, allora se $P_1 \neq P_2$ la retta l per P_1 e P_2 è ortogonale a r_1 e r_2 se e soltanto se

$$(A_1 - A_2 + t_1 \boldsymbol{v}_1 - t_2 \boldsymbol{v}_2) \cdot \boldsymbol{v}_1 = 0$$
$$(A_1 - A_2 + t_1 \boldsymbol{v}_1 - t_2 \boldsymbol{v}_2) \cdot \boldsymbol{v}_2 = 0\,.$$

[0]

(10) Siano H_1, H_2 e H_3 tre piani distinti in $\mathbb{P}^3(\mathbb{Q})$. Quale delle seguenti affermazioni è vera?
[$f = 72.37\%$, $d = 55.00\%$, **non-responses**: 8]

- ☐ *(a)* L'intersezione $H_1 \cap H_2 \cap H_3$ è sempre diversa dall'insieme vuoto. **[55]**
- ☐ *(b)* L'intersezione $H_1 \cap H_2 \cap H_3$ è formata sempre da uno e un solo punto. **[6]**
- ☐ *(c)* L'intersezione $H_1 \cap H_2 \cap H_3$ non può contenere tre punti distinti allineati. **[5]**
- ☐ *(d)* Nessuna delle altre risposte. **[2]**