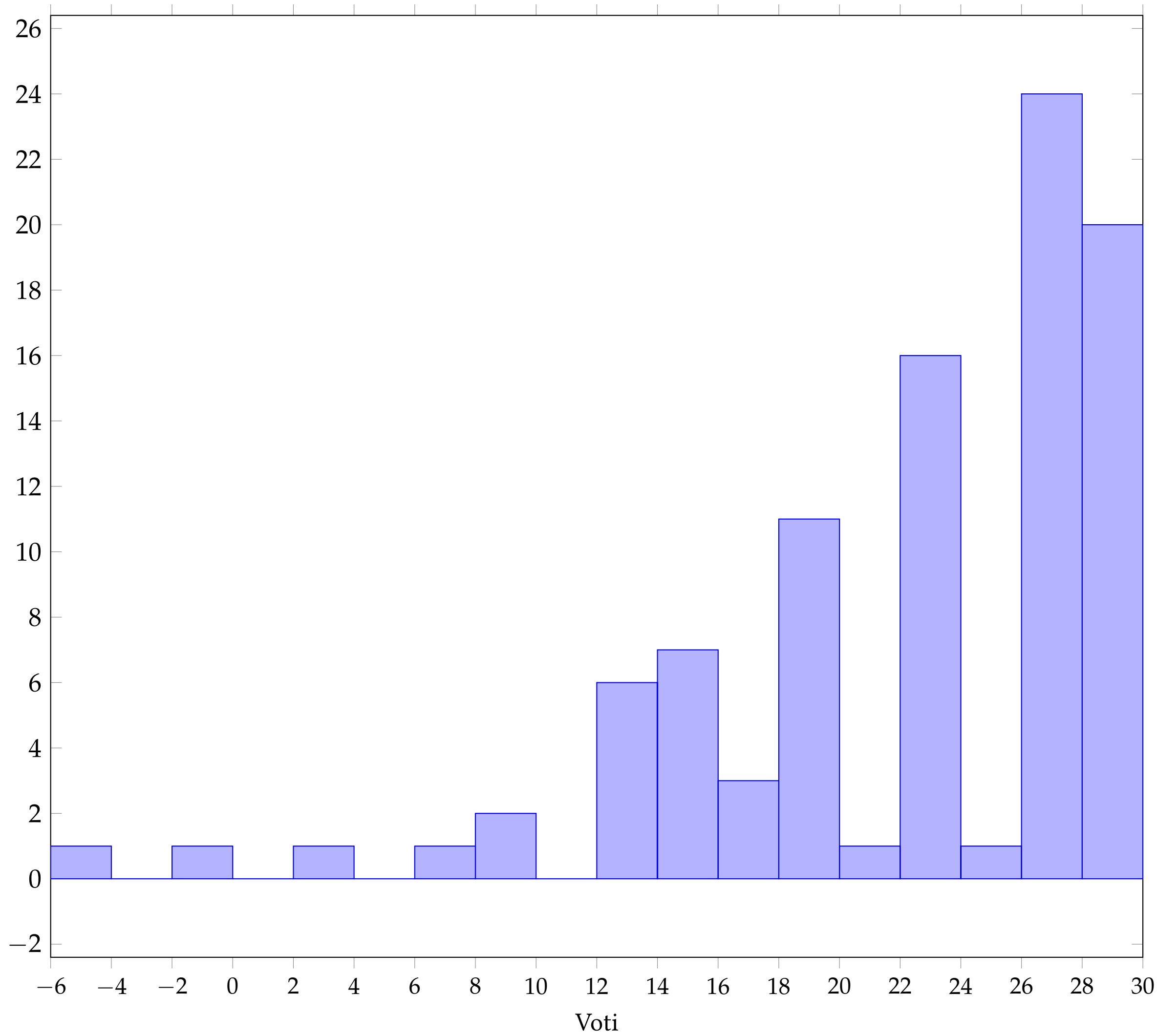

Number of Questions: 10
Number of Students: 95
Mean Score: 21.8105263158
Median Score: 23.0
Standard Deviation: 7.46401153161
Obtained Maximum: 30.0; Possible Maximum: 30.0
Obtained Minumum: -6.0; Possible Minimum: -10.0
Percentage with >= 18.0: 76.84%
Percentage with >= 15.0: 82.11%
Mean Score with >= 18.0: 25.0821917808

Item analysis: f = facility index; d = discrimination index.

*(Segnare **la** risposta corretta, e riportarla poi nella prima pagina. Una risposta giusta vale $+3$, una risposta sbagliata -1, nessuna risposta o più di una risposta segnata: 0)*

(1) Quale delle seguenti affermazioni non è necessariamente vera, se X è uno spazio affine di dimensione $n \geq 1$?
[$f = 77.89\%$, $d = 48.00\%$, **non-responses**: **2**]

- ☐ *(a)* Due rette in X coincidono se e solo se coincidono le loro giaciture e hanno un punto in comune. **[9]**
- ☐ *(b)* Per due punti distinti di X passa una e una sola retta. **[2]**
- ☐ *(c)* Esistono almeno 4 punti che non contengono tre punti allineati. **[74]**
- ☐ *(d)* Per tre punti non allineati non è vero che passa una e una sola retta. **[8]**

(2) Uno spazio topologico X è connesso se :
[$f = 96.84\%$, $d = 12.00\%$, **non-responses**: **1**]

- ☐ *(a)* Gli unici sottoinsiemi di X simultaneamente aperti e chiusi sono $\emptyset$ e X. **[92]**
- ☐ *(b)* L'unico sottoinsieme sia aperto che chiuso è l'insieme vuoto. **[2]**
- ☐ *(c)* L'unico sottoinsieme sia aperto che chiuso è X. **[0]**
- ☐ *(d)* Non esistono sottoinsiemi di X sia aperti che chiusi. **[0]**

(3) Quale delle seguenti affermazioni non è necessariamente vera, se X è uno spazio affine di dimensione $n \geq 1$?
[$f = 68.42\%$, $d = 84.00\%$, **non-responses**: **12**]

- ☐ *(a)* Un sottospazio affine $S \subset X$ che contiene d punti è generato da $d + 1$ punti indipendenti dal punto di vista affine. **[65]**
- ☐ *(b)* Un sottospazio affine $S \subset X$ è identificato da uno qualsiasi dei suoi punti e dalla giacitura. **[11]**
- ☐ *(c)* Le rette sono i sottospazi di dimensione 1 di X. **[5]**
- ☐ *(d)* Per due punti distinti di X passa una e una sola retta. **[2]**

(4) Sia $X = \mathbb{R}^n$, e $C \subset X$ un suo sottoinsieme. Quale delle seguenti affermazioni è falsa?
[$f = 67.37\%$, $d = 60.00\%$, **non-responses**: **4**]

- ☐ *(a)* C è compatto se e solo se C è chiuso e limitato. **[4]**
- ☐ *(b)* C è compatto se ogni successione in C ha una sottosuccessione convergente in C. **[16]**
- ☐ *(c)* se C è compatto allora C è limitato. **[7]**
- ☐ *(d)* C è compatto se ogni successione di Cauchy in C ha una sottosuccessione convergente in C. **[64]**

(5) Quale delle seguenti affermazioni è falsa?
[$f = 74.74\%$, $d = 64.00\%$, **non-responses**: **1**]

☐ *(a)* $O(n) = \{A \in GL(n,\mathbb{R}) : A^tA = AA^t = I_n\}$. **[1]**

☐ *(b)* $SO(n) = \{A \in GL(n,\mathbb{R}) : A^tA = AA^t = I_n \wedge \det(A) = 1\}$. **[3]**

☐ *(c)* $O(n) = \{A \in GL(n,\mathbb{R}) : A^tA = AA^t = I_n \wedge \det(A) = \pm 1\}$. **[19]**

☐ *(d)* $SO(n) = \{A \in GL(n,\mathbb{R}) : \det(A) = 1\}$. **[71]**

(6) Sia X uno spazio metrico. Quale delle seguenti affermazioni non è equivalente alle altre?
[$f = 76.84\%$, $d = 64.00\%$, **non-responses: 5]**

☐ *(a)* X è compatto. **[3]**

☐ *(b)* X è compatto per successioni. **[6]**

☐ *(c)* Ogni insieme finito di punti in X ha un punto di accumulazione in X. **[73]**

☐ *(d)* Ogni successione in X ammette una sottosuccessione convergente in X. **[8]**

(7) Sia X uno spazio metrico. Allora X non è completo se:
[$f = 89.47\%$, $d = 24.00\%$, **non-responses: 5]**

☐ *(a)* Ogni successione di Cauchy in X ammette una sottosuccessione convergente. **[2]**

☐ *(b)* X è compatto. **[2]**

☐ *(c)* $X = \mathbb{R}^n$ con $n \geq 1$. **[1]**

☐ *(d)* $X = \mathbb{Q}$. **[85]**

(8) Si osservi che se q_n è una successione di razionali che tende a un irrazionale, l'insieme $X = \{q_n : n \in \mathbb{N}\} \subset \mathbb{Q}$ è chiuso in $\mathbb{Q}$ ma non lo è come sottoinsieme di $\mathbb{R}$. Si osservi anche che l'insieme $\{\frac{1}{n} : n \in \mathbb{N}, n > 0\} \cup \{0\} \subset \mathbb{R}$ è chiuso in $\mathbb{R}$. Detto ciò, la domanda è la seguente. I compatti dello spazio metrico $\mathbb{Q}$ sono tutti e soli:
[$f = 44.21\%$, $d = 68.00\%$, **non-responses: 13]**

☐ *(a)* I punti di $\mathbb{Q}$. **[13]**

☐ *(b)* I sottoinsiemi finiti di $\mathbb{Q}$. **[9]**

☐ *(c)* Tutti i sottoinsiemi chiusi in $\mathbb{Q}$ e limitati. **[18]**

☐ *(d)* Nessuna delle altre risposte. **[42]**

(9) Dato un piano π e una retta r in uno spazio affine di dimensione $n \geq 3$, quale delle seguenti affermazioni è falsa?
[$f = 91.58\%$, $d = 28.00\%$, **non-responses: 3]**

☐ *(a)* π e r possono essere paralleli. **[1]**

☐ *(b)* π e r possono avere infiniti punti di intersezione. **[2]**

☐ *(c)* π e r possono essere sghembi. **[2]**

☐ *(d)* π e r hanno la stessa dimensione. **[87]**

(10) Quale delle seguenti affermazioni non è necessariamente vera?
[$f = 95.79\%$, $d = 12.00\%$, **non-responses: 0]**

☐ *(a)* Se $f\colon [a,b] \subset \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ è una funzione continua, allora f assume tutti i valori compresi tra $f(a)$ e $f(b)$. **[1]**

☐ *(b)* Se $f\colon [a,b] \subset \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ è una funzione continua tale che $f(a)f(b) < 0$, allora esiste $x_0 \in (a,b)$ tale che $f(x_0)$. **[3]**

☐ *(c)* Se X è connesso per archi, allora X è connesso. **[0]**

☐ *(d)* L'unione di insiemi connessi è connessa. **[91]**