

Curriculum Vitae

Informazioni personali

Cognome Nome	Felli Veronica
Indirizzo	Dipartimento di Matematica e Applicazioni, Università di Milano Bicocca, Via Cozzi 53, 20125, Milano
Telefono	+39 (0)2 6448 5741
Fax	+39 (0)2 6448 5705
Email	veronica.felli@unimib.it
Nazionalità	Italiana
Luogo e data di nascita	Luino (VA), 10/04/1976

Istruzione e formazione

Dottorato di ricerca	presso la Scuola Internazionale Superiore di Studi Avanzati (S.I.S.S.A.) di Trieste. Attestato di ricerca "Doctor Philosophiae" in <i>Analisi Funzionale ed Applicazioni</i> conseguito presso la S.I.S.S.A. il 29 ottobre 2003 (equipollente a tutti gli effetti al titolo di "Dottore di ricerca in Matematica" ai sensi del D.M. 24.04.87, G.U. no. 239 del 13.10.87). Titolo della tesi: " <i>Elliptic Variational Problems with Critical Exponent</i> ", relatore Prof. Antonio Ambrosetti.
Laurea in Matematica	conseguita il 01/07/1999 presso l'Università degli Studi di Pavia con il punteggio di 110/110 e lode. Titolo della tesi: " <i>Convergenza al modello classico di un problema di campo di fase conservativo con memoria</i> ", Relatore Prof. G. Gilardi. Vincitrice del Premio di Laurea <i>Luigi Berzolari</i> biennio 1997/98 e 1998/99.
Maturità scientifica	conseguita nel luglio 1995 presso il Liceo Scientifico Statale di Luino (VA), con la votazione di 60/60.

Posizioni accademiche

Data	Luglio 2010 idoneità a professore associato in Analisi Matematica.
Date	1 aprile 2006 -
Ruolo occupato	ricercatore in Analisi Matematica (confermato dall'aprile 2009)
Struttura	Università di Milano Bicocca, Facoltà di Scienze Statistiche
Date	dicembre 2003 - marzo 2006
Ruolo occupato	titolare di un assegno di ricerca
Struttura	Dipartimento di Matematica e Applicazioni dell'Università di Milano Bicocca
Tematica di ricerca	" <i>Problemi di esistenza e unicità per equazioni differenziali. Proprietà qualitative</i> ", Responsabile della ricerca: Prof. S. Terracini.

Attività Seminariale

Conferenze su invito a congressi

Critical elliptic equations of Caffarelli-Kohn-Nirenberg type, Centro Internazionale di Fisica Teorica (I.C.T.P.), Trieste, in occasione del "Workshop and Conference on Recent Trends in Nonlinear Variational Problems", 9 maggio 2003.

On Schrödinger operators with multipolar inverse-square potentials, in occasione del Joint Meeting of UMI-SIMAI / SMAI-SMF "Mathematics and its Applications", Torino, 4 luglio 2006.

On Schrödinger equations with inverse-square singular potentials, in occasione del congresso "Recent Trends in Nonlinear Partial Differential Equations: a celebration of the 60th birthday of Prof. Ireneo Peral", Salamanca (Spagna), 15 febbraio 2007.

Coexistence and segregation for strongly competing species in special domains, in occasione del congresso "Primo incontro delle donne del laplaciano", Cortona, 12 giugno 2008.

On the behavior of solutions to Schrödinger equations near an isolated singularity of the electromagnetic potential, in occasione del congresso "Trent'anni di Analisi Matematica alla SISSA: il contributo degli ex allievi", S.I.S.S.A., Trieste, 27 novembre 2008.

Monotonicity methods for asymptotics of solutions to Schrödinger equations near isolated singularities of the electromagnetic potential, in occasione del congresso "Lack of Compactness in Nonlinear Problems : Prospects and Applications", CIRM, Luminy, 5 ottobre 2009.

Local asymptotics at singularities for many-particle Schrödinger operators, in occasione del congresso "Differential and topological problems in modern theoretical physics", SISSA, Trieste, 28 aprile 2010.

On the behavior at collisions of solutions to Schrödinger equations with many-particle and cylindrical potentials, in occasione del congresso "Giornata Nonlineare", Torino, 11 febbraio 2011.

Monotonicity methods for asymptotics of solutions to elliptic and parabolic equations near singularities of the potential, in occasione del WIMCS-LMS Workshop on "Calculus of Variations and Nonlinear PDE", Swansea University, 20 maggio 2011.

Comunicazioni presentate a congressi

Compactness and existence results for degenerate critical elliptic equations, in occasione del convegno "Nonlinear Partial Differential Equations and connected Geometrical Problems", Grado, 4 settembre 2003.

Risultati di compattezza ed esistenza per equazioni ellittiche degeneri con esponente critico, in occasione del "XVII Congresso dell'UMI", Milano, 10 settembre 2003.

Elliptic equations with multi-polar inverse-square potentials and critical nonlinearity, in occasione della scuola "Spring School on variational problems in nonlinear analysis", S.I.S.S.A., Trieste, 10 maggio 2005.

Operatori ed equazioni di Schrödinger con potenziali multi-polari di tipo Hardy, in occasione del Convegno Nazionale "Metodi e Problemi Matematici in Meccanica Quantistica", Modena, 5 ottobre 2006.

On Schrödinger operators and equations with inverse-square anisotropic potentials, in occasione del congresso "Existence and stability properties of solitary and standing waves in nonlinear differential equations and related spectral problems", Pisa, 25 settembre 2007.

On Schrödinger equations with multisingular inverse-square anisotropic potentials, in occasione del congresso "7th AIMS International Conference on Dynamical Systems, Differential equations and Applications", University of Texas at Arlington, 20 maggio 2008.

On Schrödinger equations with multisingular inverse-square anisotropic potentials, in occasione della scuola "Spring School in Nonlinear Partial Differential Equation", Université catholique de Louvain, 27 maggio 2008.

Seminari tenuti presso
università e istituti di ricerca

On the behavior of solutions to Schrödinger equations near an isolated singularity of the electromagnetic potential, in occasione del congresso “6th European Conference on Elliptic and Parabolic Problems”, Gaeta, 25 maggio 2009.

Monotonicity methods for asymptotics of solutions to elliptic and parabolic equations near singularities of the potential, in occasione del congresso “Variational and perturbative methods for nonlinear differential equations”, Venezia, 21 gennaio 2011.

Metodi di monotonia per la classificazione dell'andamento asintotico locale di soluzioni di equazioni ellittiche e paraboliche, in occasione del XIX Congresso dell'Unione Matematica Italiana, Bologna, 16 settembre 2011.

Critical Elliptic Equations of Caffarelli-Kohn-Nirenberg type, Mathematisches Institut, Università di Bonn, Germania, 2 maggio 2002.

Existence of H-bubbles, Scuola Internazionale Superiore di Studi Avanzati di Trieste (S.I.S.S.A.), Trieste, 5 febbraio 2003.

Equazioni ellittiche degeneri con esponente critico, Dipartimento di Metodi e Modelli Matematici dell'Università di Roma “La Sapienza”, 11 giugno 2003.

Risultati di compattezza ed esistenza per equazioni ellittiche degeneri con esponente critico legate alla disuguaglianza di Caffarelli-Kohn-Nirenberg, I.M.A.T.I., Pavia, 2 dicembre 2003.

Equazioni ellittiche degeneri con potenziale di Hardy e nonlinearity critica, Dipartimento di Matematica e Applicazioni dell'Università di Milano Bicocca, 8 gennaio 2004.

On some equations arising in Nonlinear Optics, Scuola Internazionale Superiore di Studi Avanzati, Trieste, 16 novembre 2004.

Su un'equazione ellittica con due nonlinearity di tipo esponenziale, Dipartimento di Matematica dell'Università di Milano, 2 dicembre 2004.

Operatori ed equazioni di Schrödinger con potenziali multi-polari di tipo Hardy, Dipartimento di Matematica e Applicazioni dell'Università di Milano Bicocca, 21 febbraio 2006.

On Schrödinger operators with multipolar inverse-square potentials, Dipartimento di Matematica dell'Università Autónoma di Madrid, 10 marzo 2006.

On the behavior of solutions to Schrödinger equations near an isolated singularity of the electromagnetic potential, “3 City Seminar”, Mathematisches Institut, Università di Tuebingen, 23 giugno 2009.

Equazioni ellittiche e paraboliche con potenziali singolari, “Seminario del Dottorato di Ricerca in Matematica Pura e Applicata”, Dipartimento di Matematica e Applicazioni dell'Università di Milano Bicocca, 17 febbraio 2011.

Metodi di monotonia per la classificazione dell'andamento asintotico locale di soluzioni di equazioni ellittiche e paraboliche, Dipartimento di Matematica dell'Università di Pisa, 6 giugno 2011.

Monotonicity methods for asymptotics of solutions to elliptic and parabolic equations near singularities of the potential, ICMAT - Instituto de Ciencias Matemáticas, Madrid, 29 giugno 2011.

Visite in Università straniere

Date	3 febbraio 2002 – 6 marzo 2002
Istituto	Département de Mathématiques, Università di Cergy-Pontoise (Francia)
Date	29 aprile – 5 maggio 2002
Istituto	Mathematisches Institut, Rheinische Friedrich-Wilhelms-Universität, Bonn (Germania)
Date	17 – 30 novembre 2002
Istituto	Departamento de Matemáticas, Universidad Autónoma di Madrid, Madrid (Spagna)
Date	15 – 18 ottobre 2003
Istituto	Departamento de Matemáticas, Universidad Autónoma di Madrid, Madrid (Spagna)
Date	6 – 17 marzo 2006
Istituto	Departamento de Matemáticas, Universidad Autónoma di Madrid, Madrid (Spagna)
Date	22 giugno – 3 luglio 2009
Istituto	Mathematisches Institut, Università di Tuebingen, Tuebingen (Germania)
Date	27 giugno – 1 luglio 2011
Istituto	ICMAT - Instituto de Ciencias Matemáticas, Madrid (Spagna)

Attività didattica

Titolarità di corsi universitari

anni accademici 2006/2007 e 2007/2008: corso di “Matematica IIIs”, corso di Laurea Specialistica in Biostatistica e Statistica Sperimentale, presso l’Università Bicocca di Milano.

anno accademico 2006/2007: corso di “Istituzioni di Matematiche”, corso di Laurea Triennale in Scienze Biologiche, presso l’Università Bicocca di Milano.

anni accademici 2008/2009, 2009/2010, 2011/2012: “Precorso di Matematica” presso la Facoltà di Scienze Matematiche Fisiche e Naturali dell’Università degli Studi di Milano Bicocca.

anni accademici 2008/2009, 2009/2010 e 2010/2011: corso di “Matematica Applicata M - modulo Modelli Matematici”, corso di Laurea Magistrale in Biostatistica e Statistica Sperimentale, presso l’Università Bicocca di Milano.

anno accademico 2010/2011: corso di “Matematica Applicata M - modulo Calcolo delle Probabilità”, corso di Laurea Magistrale in Biostatistica e Statistica Sperimentale, presso l’Università Bicocca di Milano.

Esercitazioni per corsi universitari

anni accademici 2003/2004 e 2004/2005: esercitazioni per il corso “Matematica 2”, corso di Laurea in Scienza dei Materiali, presso l’Università Bicocca di Milano.

anni accademici 2003/2004 e 2004/2005: esercitazioni per il corso “Equazioni Differenziali Ordinarie”, corso di Laurea in Ingegneria Informatica presso il Politecnico di Milano.

anno accademico 2004/2005: esercitazioni per il corso di “Matematica 1”, corso di Laurea in Scienza dei Materiali, presso l’Università Bicocca di Milano.

anno accademico 2004/2005: esercitazioni per il corso di “Istituzioni di Matematica”, corso di Laurea in Scienze e Tecnologie Chimiche, presso l’Università Bicocca di Milano.

anno accademico 2005/2006: esercitazioni per il corso di “Analisi Funzionale”, corso di Laurea Specialistica in Matematica, presso l’Università Bicocca di Milano.

anno accademico 2006/2007: esercitazioni per il corso di “Algebra Lineare”, Facoltà di Scienze Statistiche, Università Bicocca di Milano.

anno accademico 2007/2008: esercitazioni per il corso di “Matematica I”, Facoltà di Scienze Statistiche, Università Bicocca di Milano.

anno accademico 2007/2008: esercitazioni per il corso di “Analisi funzionale applicata ai materiali”, Corso di Laurea Specialistica in Scienza dei Materiali, Università Bicocca di Milano.

anni accademici 2008/2009 e 2009/2010: esercitazioni per il corso di “Analisi Matematica I”, Facoltà di Scienze Statistiche, Università Bicocca di Milano.

anni accademici 2008/2009 e 2009/2010: esercitazioni per il corso di “Analisi funzionale”, Corso di Laurea Magistrale in Scienza dei Materiali, Università Bicocca di Milano.

anni accademici 2008/2009, 2009/2010 e 2010/2011: esercitazioni per il corso di “Complementi di Analisi Funzionale Applicata”, Corso di Laurea Magistrale in Scienza dei Materiali, Università Bicocca di Milano.

Attività di tutorato

ottobre 2001: esercitazioni come tutor per il corso di diploma “Math. Review” presso il Centro Internazionale di Fisica Teorica (I.C.T.P.), Trieste.

ottobre 2003: esercitazioni come tutor per il corso di diploma “Math. Review” presso il Centro Internazionale di Fisica Teorica (I.C.T.P.), Trieste.

anno accademico 2005/2006: attività di tutorato per il corso di “Algebra Lineare”, presso la Facoltà di Scienze Statistiche, Università Bicocca di Milano.

Attività di recensione

Ha svolto il lavoro di referee per le seguenti riviste: *Acta Mathematica Scientia*, *Advanced Nonlinear Studies*, *Advances in Mathematical Sciences and Applications*, *Annali di Matematica Pura e Applicata*, *Applied Mathematical Letters*, *Calculus and Variations and Partial Differential Equations*, *Computers and Mathematics with Applications*, *Discrete & Continuous Dynamical Systems - Series A*, *Israel Journal of Mathematics*, *Journal of Mathematical Analysis and Applications*, *Journal of Differential Equations*, *Journal of Functional Analysis*, *London Mathematical Society*, *Mathematische Nachrichten*, *Nonlinear Analysis*, *NoDEA - Nonlinear Differential Equations and Applications*, *Pacific Journal of Mathematics*, *Georgian Mathematical Journal*, *Potential Analysis*, *Royal Society of Edinburgh Proceedings A*.

Dal giugno 2002 è reviewer per *il Mathematical Reviews*.

Nel 2008 è stata referee per la valutazione di un progetto di ricerca nell'ambito del “2008 Initiation into Research Funding Competition” del “National Fund for Scientific and Technological Development (FONDECYT)” cileno.

Nel 2009 è stata referee per la valutazione di un progetto di ricerca nell'ambito del “2010 Regular Research Funding Competition” del “National Fund for Scientific and Technological Development (FONDECYT)” cileno.

Attività organizzativa

Membro del comitato organizzatore di “The First Bicocca Junior Workshop on Nonlinear PDEs and Variational Methods” tenutosi il 18-19 giugno 2009 presso il Dipartimento di Matematica e Applicazioni dell'Università di Milano Bicocca.

Dal 2007 è componente della commissione dell'Area “Scienze Matematiche” della Biblioteca d'Ateneo dell'Università di Milano Bicocca.

Dal 2007 al 2009 è stata membro della Commissione Orario della Facoltà di Scienze Statistiche dell'Università di Milano Bicocca.

Attività di ricerca

Partecipazione a progetti di ricerca

Dal 2000 al 2008 partecipazione al progetto di ricerca “*Metodi Variazionali ed Equazioni Differenziali Nonlinear*”, coordinato dal Prof. Antonio Ambrosetti e cofinanziato dal MIUR.

Dal 2000 membro del Gruppo Nazionale per l'Analisi Matematica, la Probabilità e loro Applicazioni (GNAMPA), Istituto Nazionale di Alta Matematica (INDAM).

Partecipazione al progetto di ricerca “*Esistenza e stabilità di onde solitarie per equazioni differenziali nonlinear*”, responsabile Prof.ssa Susanna Terracini, finanziato dallo GNAMPA nel 2007.

Partecipazione al progetto di ricerca “*Esistenza e stabilità di onde solitarie per equazioni differenziali nonlinear*”, responsabile Dott. Nicola Visciglia, finanziato dallo GNAMPA nel 2008.

Partecipazione al progetto di ricerca “*Esistenza e stabilità di onde solitarie per equazioni differenziali nonlinear*”, responsabile Dott. Scipio Cuccagna, finanziato dallo GNAMPA nel 2009.

Coordinatore del progetto di ricerca “*Equazioni differenziali con potenziali singolari: il problema degli N-corpi classico e quantistico*”, finanziato dallo GNAMPA nel 2010.

Dal 2011 partecipazione al progetto di ricerca PRIN 2009 “*Critical Point Theory and Perturbative Methods for Nonlinear Differential Equations*”, coordinato dalla Prof.ssa S. Terracini e cofinanziato dal MIUR.

Pubblicazioni

Articoli su rivista

1. Veronica Felli.
Asymptotic justification of the conserved phase-field model with memory.
Z. Anal. Anwendungen, 19(4):953–976, 2000.
2. Veronica Felli.
Existence of conformal metrics on S^n with prescribed fourth-order invariant.
Adv. Differential Equations, 7(1):47–76, 2002.
3. Veronica Felli and Matthias Schneider.
Perturbation results of critical elliptic equations of Caffarelli-Kohn-Nirenberg type.
J. Differential Equations, 191(1):121–142, 2003.
4. Veronica Felli and Mohameden Ould Ahmedou.
Compactness results in conformal deformations of Riemannian metrics on manifolds with boundaries.
Math. Z., 244(1):175–210, 2003.
5. Veronica Felli and Matthias Schneider.
A note on regularity of solutions to degenerate elliptic equations of Caffarelli-Kohn-Nirenberg type.
Adv. Nonlinear Stud., 3(4):431–443, 2003.
6. Boumediene Abdellaoui, Veronica Felli, and Ireneo Peral.
Existence and multiplicity for perturbations of an equation involving a Hardy inequality and the critical Sobolev exponent in the whole of \mathbb{R}^N .
Adv. Differential Equations, 9(5-6):481–508, 2004.
7. Veronica Felli and Francesco Uguzzoni.
Some existence results for the Webster scalar curvature problem in presence of symmetry.
Ann. Mat. Pura Appl. (4), 183(4):469–493, 2004.

8. Antonio Ambrosetti, Veronica Felli, and Andrea Malchiodi.
Ground states of nonlinear Schrödinger equations with potentials vanishing at infinity.
Atti Accad. Naz. Lincei Cl. Sci. Fis. Mat. Natur. Rend. Lincei (9) Mat. Appl., 15(2):81–86, 2004.
9. Antonio Ambrosetti, Veronica Felli, and Andrea Malchiodi.
Ground states of nonlinear Schrödinger equations with potentials vanishing at infinity.
J. Eur. Math. Soc. (JEMS), 7(1):117–144, 2005.
10. Veronica Felli and Matthias Schneider.
Compactness and existence results for degenerate critical elliptic equations.
Commun. Contemp. Math., 7(1):37–73, 2005.
11. Veronica Felli.
A note on the existence of H-bubbles via perturbation methods.
Rev. Mat. Iberoamericana, 21(1):163–178, 2005.
12. Boumediene Abdellaoui, Veronica Felli, and Ireneo Peral.
A remark on perturbed elliptic equations of Caffarelli-Kohn-Nirenberg type.
Rev. Mat. Complut., 18(2):339–351, 2005.
13. Veronica Felli, Emmanuel Hebey, and Frédéric Robert.
Fourth order equations of critical Sobolev growth. Energy function and solutions of bounded energy in the conformally flat case.
NoDEA Nonlinear Differential Equations Appl., 12(2):171–213, 2005.
14. Veronica Felli and Susanna Terracini.
Fountain-like solutions for nonlinear elliptic equations with critical growth and Hardy potential.
Commun. Contemp. Math., 7(6):867–904, 2005.
15. Veronica Felli and Mohameden Ould Ahmedou.
A geometric equation with critical nonlinearity on the boundary.
Pacific J. Math., 218(1):75–99, 2005.
16. Veronica Felli and Angela Pistoia.
Existence of blowing-up solutions for a nonlinear elliptic equation with Hardy potential and critical growth.
Comm. Partial Differential Equations, 31(1-3):21–56, 2006.
17. Veronica Felli and Susanna Terracini.
Elliptic equations with multi-singular inverse-square potentials and critical nonlinearity.
Comm. Partial Differential Equations, 31(1-3):469–495, 2006.
18. Boumediene Abdellaoui, Veronica Felli, and Ireneo Peral.
Existence and nonexistence results for quasilinear elliptic equations involving the p -Laplacian.
Boll. Unione Mat. Ital. Sez. B Artic. Ric. Mat. (8), 9(2):445–484, 2006.
19. Veronica Felli and Susanna Terracini.
Nonlinear Schrödinger equations with symmetric multi-polar potentials.
Calc. Var. Partial Differential Equations, 27(1):25–58, 2006.
20. Veronica Felli, Elsa M. Marchini, and Susanna Terracini.
On Schrödinger operators with multipolar inverse-square potentials.
J. Funct. Anal., 250(2):265–316, 2007.
21. Veronica Felli, Elsa M. Marchini, and Susanna Terracini.
On the behavior of solutions to Schrödinger equations with dipole type potentials near the singularity.
Discrete Contin. Dynam. Systems, 21(1):91–119, 2008.
22. Monica Conti and Veronica Felli.
Coexistence and segregation for strongly competing species in special domains.
Interfaces Free Bound., 10(2):173–195, 2008.

- 23.** Boumediene Abdellaoui, Veronica Felli, and Ireneo Peral.
Some remarks on systems of elliptic equations doubly critical in the whole \mathbb{R}^N .
Calc. Var. Partial Differential Equations, 34(1):97–137, 2009.
- 24.** Monica Conti and Veronica Felli.
Minimal coexistence configurations for multispecies systems.
Nonlinear Anal., 71(7-8):3163–3175, 2009.
- 25.** Veronica Felli, Elsa M. Marchini, and Susanna Terracini.
On Schrödinger operators with multisingular inverse-square anisotropic potentials.
Indiana Univ. Math. J., 58(2):617–676, 2009.
- 26.** Veronica Felli.
On the existence of ground state solutions to nonlinear Schrödinger equations with multisingular inverse-square anisotropic potentials.
J. Anal. Math., 108(1):189–217, 2009.
- 27.** Veronica Felli, Alberto Ferrero, and Susanna Terracini.
Asymptotic behavior of solutions to Schrödinger equations near an isolated singularity of the electromagnetic potential.
J. Eur. Math. Soc. (JEMS), 13(1):119–174, 2011.
- 28.** Veronica Felli and Monica Conti.
Global minimizers of coexistence for competing species.
J. Lond. Math. Soc. (2), 83(3):606–618, 2011.
- 29.** Veronica Felli and Ana Primo.
Classification of local asymptotics for solutions to heat equations with inverse-square potentials.
Discrete Contin. Dyn. Syst., 31(1):65–107, 2011.
- 30.** Veronica Felli, Alberto Ferrero, and Susanna Terracini.
On the behavior at collisions of solutions to Schrödinger equations with many-particle and cylindrical potentials.
Discrete Contin. Dyn. Syst., in via di pubblicazione.
- 31.** Veronica Felli, Alberto Ferrero, and Susanna Terracini.
A note on local asymptotics of solutions to singular elliptic equations via monotonicity methods.
Milan J. Math., in via di pubblicazione.
- 32.** Veronica Felli and Alberto Ferrero.
Almgren-type monotonicity methods for the classification of behavior at corners of solutions to semilinear elliptic equations.
Preprint 2011, arXiv:1107.4518.

Preprint

Gli interessi di ricerca di V. Felli riguardano lo studio di equazioni alle derivate parziali nonlineari di tipo ellittico. Si è occupata dei seguenti problemi:

- equazioni ellittiche nonlineari associate a problemi di geometria differenziale (operatore di Paneitz, prescrizione della curvatura scalare e della curvatura media in varietà riemanniane con bordo, problema dell'esistenza di H -bubbles, cioè di superfici parametriche del tipo della sfera con curvatura media prescritta);
- equazioni di Schrödinger nonlineari;
- sistemi competitivi di equazioni ellittiche;
- equazioni ellittiche con potenziali singolari (esistenza di soluzioni, operatori multi-polari, comportamento asintotico delle soluzioni)

Diamo di seguito una descrizione delle linee di ricerca sviluppate e dei principali risultati ottenuti.

Equazioni ellittiche nonlineari associate a problemi di geometria differenziale.

All'inizio della sua attività di ricerca, gli interessi di ricerca di V. Felli si sono concentrati su alcune equazioni ellittiche nonlineari associate a problemi di geometria differenziale. Nell'ambito riemanniano, ha studiato problemi inerenti la prescrizione di alcuni invarianti conformi, problemi che ammettono una formulazione analitica in termini di equazioni ellittiche nonlineari caratterizzate da un fenomeno di "perdita di compattezza" dovuta alla presenza di nonlinearietà critiche rispetto alle immersioni di Sobolev. Per trattare questo tipo di problemi noncompatti, nel suo lavoro di ricerca ha seguito principalmente i due approcci seguenti.

Il primo si basa sul metodo di riduzione finito dimensionale introdotto da Ambrosetti e Badiale [Ann. Inst. H. Poincaré Anal. Non Linéaire (1998); Proc. Royal Soc. Edinburgh (1998)] e già applicato in ambito perturbativo a problemi ellittici nonlineari di natura geometrica, come per esempio il problema di Yamabe e della curvatura scalare da diversi autori: Ambrosetti-Garcia Azorero-Peral, Ambrosetti-Li-Malchiodi, Ambrosetti-Malchiodi, etc. Ha applicato questo metodo per trattare i problemi della prescrizione di un invariante conforme del quarto ordine relativo all'operatore di Paneitz-Branson [2] e della curvatura scalare di Webster sul gruppo di Heisenberg [7].

Il secondo metodo è l'analisi di blow-up che consente di ottenere risultati di esistenza nel caso nonperturbativo [2]. Si è anche interessata all'uso di metodi di blow-up per dimostrare risultati di compattezza delle soluzioni nel problema di prescrivere la curvatura media del bordo in varietà compatte con bordo ombelicale [4, 15].

Si è inoltre occupata dello studio del problema dell'esistenza di H -bolle, cioè di superfici parametriche del tipo della sfera con curvatura media prescritta; in [11] ha studiato il caso perturbativo, cioè il caso in cui la curvatura media prescritta sia una perturbazione di una costante.

Equazioni di Schrödinger nonlineari.

Si è studiato il problema dell'esistenza di "ground state" per l'equazione di Schrödinger nonlineare, con particolare attenzione al fenomeno della concentrazione delle soluzioni quando il parametro di perturbazione (=costante di Planck) tende a zero, dato che questo fenomeno implica che le soluzioni si comportano come solitoni con un pacchetto di energia concentrato e descrive il passaggio dalla Meccanica Classica alla Meccanica Quantistica. Questo problema è stato ampiamente studiato soprattutto in presenza di un potenziale che fosse all'infinito limitato dal basso da una costante positiva. In [8,9] si è studiata l'equazione di Schrödinger nonlineare nel caso di un potenziale infinitesimo all'infinito, dimostrando esistenza e concentrazione dei "ground states".

Sistemi competitivi di equazioni ellittiche.

Varie situazioni applicative possono essere modellate mediante un certo numero di densità (di massa, popolazione, probabilità...) distribuite in una regione dello spazio e contemporaneamente soggette a fenomeni di diffusione, reazione ed interazione competitiva. Quando quest'ultimo è quello prevalente, è ragionevole aspettarsi che le diverse densità non possano coesistere e tendano piuttosto ad avere supporti disgiunti. Da un punto di vista analitico, si tratta di studiare le proprietà qualitative delle soluzioni di sistemi di equazioni ellittiche semilineari, quando il parametro che descrive l'interazione competitiva tende ad infinito. In [22] si sono studiati sistemi di tipo Lotka-Volterra che descrivono la forte competizione fra più specie con condizioni di Dirichlet omogenee al bordo. In generale, nel caso di condizioni omogenee al bordo, non si può escludere l'estinzione di una o più specie in forte competizione, come osservato da Kishimoto e Weinberger [J. Differential Equations (1985)] per domini convessi. In [22] si è dimostrato che, con condizioni di Dirichlet omogenee al bordo, la forma particolare del dominio considerato (palle disgiunte unite da tubi sottili) favorisce la coesistenza, se pur segregata, ed impedisce l'estinzione delle specie coinvolte quando la competizione cresce. Per tali domini speciali si è inoltre dimostrata in [24] la coesistenza, sotto condizioni di Neumann omogenee, di configurazioni limite di sistemi competitivi di tipo variazionale caratterizzate dall'essere minimizzanti locali dell'energia libera associata. In [28] si sono prodotti esempi di coesistenza di popolazioni in forte competizione in domini convessi (per esempio in triangoli) con condizioni di Dirichlet omogenee al bordo, sfruttando una diversificazione delle dinamiche interne.

Equazioni ellittiche con potenziali singolari: esistenza di soluzioni

Mediante metodi perturbativi, in [3] è stata studiata una classe di equazioni ellittiche degeneri con potenziale di Hardy su \mathbb{R}^N , $N \geq 3$, legate alla disuguaglianza di Caffarelli-Kohn-Nirenberg, che presenta un fenomeno di perdita di compattezza per l'invarianza del problema sotto l'azione di un gruppo non compatto di dilatazioni. In questo caso, lo studio delle proprietà di nondegeneratezza del problema imperturbato, necessarie per poter applicare il metodo di riduzione finito dimensionale, ha fornito informazioni precise riguardo al fenomeno di *symmetry breaking*, cioè di esistenza di minimizzanti non radiali nel problema di minimo associato alla disuguaglianza di Caffarelli-Kohn-Nirenberg, consentendo di migliorare un precedente risultato di Catrina e Wang [Comm. Pure Appl. Math. (2001)].

Risultati non perturbativi sono stati ottenuti in [10] mediante analisi di blow-up, stime a priori delle soluzioni e grado di Leray-Schauder, sfruttando i risultati di regolarità delle soluzioni ottenuti in [11].

In [6] il problema dell'esistenza e della molteplicità delle soluzioni per un'equazione ellittica con potenziale di Hardy e nonlinearity critica è stato studiato mediante metodi di concentrazione-compattatezza; estensioni a equazioni quasi-lineari con il p -laplaciano sono stati ottenuti in [18]. In [16] si è poi dimostrata l'esistenza di soluzioni che si concentrano in opportuni punti critici del coefficiente della nonlinearity. In [14] si è studiato il problema dell'esistenza di soluzioni di tipo "torre", cioè il cui profilo si ottiene dalla sovrapposizione di "bubbles" con diversi fattori di riscaldamento; soluzioni di questo tipo sono state costruite applicando il metodo di riduzione finito-dimensionale di Ambrosetti-Badiale.

In [23], si è studiata l'esistenza di diversi tipi di soluzioni per una classe di sistemi di due equazioni ellittiche con potenziali di tipo Hardy e crescita critica, accoppiate con termine nonlineare critico o sottocritico. Una dettagliata analisi del comportamento delle successioni di Palais-Smale ha consentito di recuperare compattezza per alcuni valori dei parametri coinvolti e di dimostrare l'esistenza di soluzioni di *ground state* e di punti critici di tipo *passo montano* del funzionale associato sulla varietà di Nehari. Un metodo variazionale perturbativo è stato inoltre utilizzato per costruire una varietà non banale di soluzioni positive che si biforcano dalla varietà delle soluzioni del sistema disaccoppiato associato.

Equazioni ellittiche con potenziali singolari: operatori multi-polari.

L'interesse nello studio di operatori di Schrödinger con potenziali multi-polari di tipo Hardy

$$-\Delta - \sum_{i=1}^k \frac{\lambda_i}{|x - a_i|^2}$$

sorge in vari contesti fisici, quali la meccanica quantistica, l'astrofisica e la fisica molecolare. Tali operatori possono inoltre essere considerati critici dal punto di vista matematico presentando potenziali singolari che, avendo lo stesso ordine di omogeneità del laplaciano, non appartengono alla classe di Kato. Per quanto riguarda le equazioni di Schrödinger nonlineari con potenziali multi-polari di tipo Hardy, la ricerca condotta in [17] ha evidenziato come l'esistenza di soluzioni di tipo "ground state" (ottenute tramite minimizzazione del quoziente di Rayleigh associato al problema) dipenda dalla massa e dalla collocazione delle singolarità e ha prodotto una serie di risultati che forniscono condizioni sulle masse e sui poli sia per l'esistenza sia per la non-esistenza di "ground states".

In [19] si è considerato il problema nel caso in cui i poli siano disposti secondo particolari simmetrie, ad esempio sui vertici di poligoni regolari, e il caso in cui la singolarità (anziché essere concentrata in atomi) sia distribuita lungo delle circonferenze. Quando i poli hanno una struttura simmetrica, risulta naturale chiedersi come la simmetria influenzi la loro mutua interazione. In [19] si è studiato questo aspetto dimostrando l'esistenza di soluzioni con la stessa simmetria dell'insieme delle singolarità.

In [20] sono state analizzate le proprietà spettrali dell'operatore di Schrödinger lineare associato al problema, approfondendo in particolare le questioni dell'essenziale autoaggiunzione e della positività. Le ricerche condotte hanno portato alla formulazione di una condizione necessaria e sufficiente sulle masse delle singolarità affinché esista almeno una configurazione di poli per cui la forma quadratica associata all'operatore di Schrödinger sia definita positiva. Tali risultati sono stati poi estesi in [25] al caso di potenziali singolari non isotropi, dati cioè localmente da un multiplo puramente angolare del potenziale di Hardy, basandosi sullo studio del comportamento asintotico delle soluzioni vicino alle singolarità condotto in [21].

Equazioni ellittiche con potenziali singolari: comportamento asintotico delle soluzioni.

Equazioni alle derivate parziali con potenziali singolari omogenei sorgono in vari contesti fisici, quali la meccanica quantistica, l'astrofisica e la fisica molecolare. Per esempio, in fisica molecolare non-relativistica, l'equazione di Schrödinger per la funzione d'onda di un elettrone che interagisce con una molecola polare (che si suppone puntiforme) può essere scritta come

$$\left(-\frac{\hbar^2}{2m} \Delta + e \frac{\mathbf{x} \cdot \mathbf{D}}{|\mathbf{x}|^3} - E \right) \Psi = 0,$$

dove e e m denotano rispettivamente la carica e la massa dell'elettrone e \mathbf{D} è il momento di dipolo della molecola. Un altro esempio di potenziale singolare omogeneo è associato in meccanica quantistica non-relativistica al campo elettromagnetico generato da un solenoide sottile: se il raggio del solenoide tende a zero mentre il flusso rimane costante, la particella è soggetta ad un campo magnetico di tipo "delta" che viene detto campo di Aharonov-Bohm. In dimensione $N = 2$, il potenziale vettore associato è del tipo

$$\mathcal{A}(x_1, x_2) = \alpha \left(-\frac{x_2}{|x|^2}, \frac{x_1}{|x|^2} \right), \quad (x_1, x_2) \in \mathbb{R}^2,$$

dove $\alpha \in \mathbb{R}$ rappresenta la circuitazione di \mathcal{A} attorno al solenoide. Tale potenziale è omogeneo di grado -1, singolare in un punto isolato e il coefficiente della singolarità è proporzionale alla circuitazione di \mathcal{A} attorno al solenoide.

È stata studiata una classe di potenziali singolari ed omogenei (inclusi i due prototipi sopra descritti) che, avendo lo stesso ordine di omogeneità dell'operatore differenziale, lo rendono invariante pre riscaldamento e dunque "critico" da un punto di vista matematico. Questo è per esempio il caso dell'operatore di Schrödinger $-\Delta - \frac{\lambda}{|x|^2}$ con il potenziale inverso-quadrato $\frac{\lambda}{|x|^2}$ (cioè il potenziale di Hardy), che ha la stessa omogeneità del laplaciano.

L'analisi di fondamentali proprietà spettrali (quali l'essenziale autoaggiunzione e la positività) condotta in [20,25] per operatori di Schrödinger con potenziali elettrici singolari multipolari ha messo in luce l'importanza del comportamento asintotico delle soluzioni vicino alla singolarità. Inoltre una precisa stima dell'andamento asintotico si è rivelata un importante strumento per stabilire l'esistenza di soluzioni di tipo "ground states" per equazioni di Schrödinger nonlineari con potenziali di Hardy multi-singolari [26, 17, 19] e di soluzioni di sistemi nonlineari di equazioni di Schrödinger con potenziali di Hardy [23].

I primi risultati sullo studio del comportamento vicino a singolarità isolate sono contenuti in [5], dove è stata dimostrata l'hölderianità delle soluzioni di equazioni ellittiche degeneri con pesi singolari consentendo di valutare l'esatto andamento asintotico vicino al polo delle soluzioni di equazioni di Schrödinger con potenziali di Hardy. Più precisamente [5] valuta l'esatto ordine di singolarità delle soluzioni positive per le quali si dimostra un andamento dato da una potenza della distanza dalla singolarità con un esponente esplicito dipendente dal coefficiente della singolarità. Un'estensione ai potenziali di tipo dipolo della forma

$$\frac{a(x/|x|)}{|x|^2}, \quad a \in L^\infty(\mathbb{S}^{N-1}),$$

(cioè multipli puramente angolari di potenziali inverso quadrato) è stata ottenuta in [21] con tecniche di separazione di variabili e principi del confronto. Difficoltà rilevanti sono sorte nel tentativo di generalizzare questa analisi asintotica per equazioni di Schrödinger con potenziali elettromagnetici omogenei e singolari, non potendo utilizzare metodi di confronto con soluzioni a valori complessi: per superare questa difficoltà, in [27] è stato proposto un nuovo approccio basato sulla formula di monotonia di Almgren.

Si sono inoltre considerati potenziali singolari del tipo N -corpi. In meccanica quantistica non-relativistica, un sistema di N particelle che interagiscono tra di loro a due a due è descritto da una hamiltoniana con un potenziale somma di potenziali a due corpi

$$H = \sum_{j=1}^N \frac{-\hbar^2 \Delta_j}{2m_j} + \sum_{\substack{j,m=1 \\ j < m}}^N V_{j,m}(x^j - x^m),$$

dove m_j è la massa della particella j -esima $x^j = (x_1^j, x_2^j, \dots, x_d^j)$, $\Delta_j = \sum_{\ell=1}^d \frac{\partial^2}{\partial (x_\ell^j)^2}$ e $V_{j,m}(y) \rightarrow 0$ per $|y| \rightarrow +\infty$. Da un punto di vista matematico, di particolare interesse è il caso di potenziali inverso-quadrato $V_{j,m}(y) = \frac{\lambda_j \lambda_m}{|y|^2}$, dato che hanno lo stesso ordine di omogeneità del laplaciano rendendo il corrispondente operatore di Schrödinger invariante per riscaldamento e dunque "critico". Utilizzando una formula di monotonia alla Almgren combinata con un'analisi di blow-up e separazione di variabili, in [30] si è studiato l'esatto andamento asintotico vicino alle singolarità delle soluzioni di una classe di equazioni ellittiche semilineari con potenziali cilindrici e/o multi-corpi. L'andamento asintotico delle soluzioni di equazioni del calore con potenziali spazialmente singolari (inverso-quadrato)

$$u_t + \Delta u + \frac{a(x/|x|)}{|x|^2} u + f(x, t, u(x, t)) = 0$$

è stato studiato in [29], sia nel caso lineare $f(x, t, s) = h(x, t)s$ sia nel caso di una nonlinearity f con crescita sottocritica. Combinando una formula di monotonia parabolica con tecniche di blow-up, l'esatto andamento alla singolarità delle soluzioni è stato valutato, mostrando che, per $t \rightarrow 0^+$, $u(\sqrt{t}x, t)$ si comporta come un'autofunzione autosimilare singolare dell'operatore di Ornstein-Uhlenbeck con potenziale inverso-quadrato, moltiplicata per una potenza di t legata al corrispondente autovalore, che è individuato dal limite di una funzione di tipo frequenza associata al problema; come corollario di questo risultato si è inoltre dimostrato un principio di continuazione unica.