

Cognome e Nome: _____
Matricola: _____

Matematica Discreta (Complementi)
Prima prova di accertamento-03/12/04

1. Determinare nel campo complesso \mathbf{C} le soluzioni della seguente equazione:

$$(x^3 - i)(x^2 + ix - 1) = 0.$$

2. Sia E il sottoinsieme di \mathbf{R}^3 così definito:

$$E = \{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3 : 3x^2 - y = 0\}.$$

E é un sottospazio vettoriale di \mathbf{R}^3 ? (giustificare la risposta)

3. Siano V_1 e V_2 i seguenti sottospazi di \mathbf{R}^3 :

$$V_1 = \langle (1, 0, 0), (1, 1, 0) \rangle$$

$$V_2 = \langle (0, 0, 1), (2, 0, 1) \rangle.$$

Determinare i sottospazi $V_1 \cap V_2$ e $V_1 + V_2$.

4. Sia V il seguente sottoinsieme dei polinomi in $\mathbf{R}[x]$:

$$V = \left\{ \sum_{k=1}^6 c_k x^{3k} : c_k \in \mathbf{R} \right\}.$$

V é uno spazio vettoriale? in caso affermativo calcolarne la dimensione.

5. Stabilire se i seguenti vettori in \mathbf{R}^2 sono indipendenti:

$$v_1 = (1, 3) \quad v_2 = (3, 2) \quad v_3 = (2, 1).$$

Stabilire se i seguenti vettori in \mathbf{R}^3 sono indipendenti:

$$w_1 = (3, 2, 1) \quad w_2 = (2, 3, 1).$$

6. Sia $T : \mathbf{R}_{\leq 3}[x] \rightarrow \mathbf{R}_{\leq 6}[x]$ così definita:

$$T(p(x)) = (x^3 + 1)p(x).$$

Dimostrare che T é lineare. T é iniettiva? T é suriettiva?

($\mathbf{R}_{\leq N}[x]$ denota lo spazio vettoriale dei polinomi di grado $\leq N$)

7. Sia $L : \mathbf{R}^3 \rightarrow \mathbf{R}^3$ così definita:

$$L((x, y, z)) = (x + z, x - z, x + 2z).$$

- (i) Determinare nucleo e immagine dell'applicazione lineare L ;
- (ii) trovare la matrice rappresentativa di L rispetto alla base canonica $\{e_1, e_2, e_3\}$ di \mathbf{R}^3 ;
- (iii) trovare la matrice rappresentativa di L rispetto alla base $\{e_1, 2e_2, 3e_3\}$.