

Cognome e Nome: \_\_\_\_\_

Matricola: \_\_\_\_\_

Data: \_\_\_\_\_

## Complementi di Matematica Discreta

Si risolvano i seguenti esercizi GIUSTIFICANDO le risposte.

1. Sia  $V = \mathbb{R}^4$ .
  - (a) Determinare la dimensione del sottospazio  $W$  di  $V$  generato dai vettori  $e_i - e_{i+1}$ ,  $i = 1, 2, 3$ , dove  $e_i$  indica il vettore della base standard.
  - (b) Trovare una base di  $W$  e completarla ad una base di  $V$ .
  - (c) Trovare un sottospazio  $U$  di  $V$  tale che  $U + W = V$  e  $U \cap W = 0$ .
2. Sia  $A$  la matrice  $2 \times 3$  avente righe  $(1, 0, -1)$  e  $(2, 1, 1)$ .
  - (a) Calcolare  $B = AA^t$  e  $C = A^t A$ .
  - (b) Calcolare il determinante e il polinomio caratteristico di  $B$  e  $C$ .
  - (c) Provare che  $C$  è diagonalizzabile.
3. Sia  $f$  l'applicazione da  $\mathbb{R}^3$  in  $\mathbb{R}^3$  definita mediante

$$f(a, b, c) = (a + b - c, 2c - 3a, a + b + 7c).$$

- (a) Mostrare che  $f$  è lineare;
- (b) stabilire per quali valori di  $b$ ,  $(a, b, 1) \in \ker f$ ;
- (c) determinare i vettori  $v$  tali che  $f(v) = (0, -3, 2)$ .