

Cognome e Nome: _____

Matricola: _____

Data: _____

Complementi di Matematica Discreta

Si risolvano 3 esercizi

1. Sia $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 & -1 \\ 0 & 2 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$.

(a) Dimostrare che $f(v) = Av$ definisce un'applicazione lineare f da \mathbb{R}^4 in \mathbb{R}^3 .

(b) Determinare $\ker(f)$ e una sua base.

(c) Calcolare la dimensione di $\text{Im}(f)$.

2. Siano $v_1 = (1, 2, 0)$, $v_2 = (0, 2, 1)$, $w_1 = (0, 0, 1)$, $w_2 = (-1, 0, 1)$, $V = \langle v_1, v_2 \rangle$ e $W = \langle w_1, w_2 \rangle$.

(a) Determinare $\dim(V)$ e $\dim(W)$.

(b) Calcolare $V + W$.

(c) Trovare una base di $V \cap W$.

3. Sia f l'applicazione da \mathbb{C}^3 in sé definita mediante

$$f(z_1, z_2, z_3) = (iz_1, -z_3, z_2).$$

(a) Determinare la matrice associata ad f rispetto alla base canonica di \mathbb{C}^3 .

(b) Determinare il polinomio caratteristico $\chi(x)$ di f .

(c) Mostrare che $x - i$ divide $\chi(x)$ in $\mathbb{C}[x]$.

(d) Trovare l'autospazio relativo a i .