

Cognome e Nome: _____

Matricola: _____

Data: _____

Complementi di Matematica Discreta

Si risolvano i seguenti esercizi GIUSTIFICANDO le risposte.

1. Sia $V = \mathbb{R}^4$.
 - (a) Determinare la dimensione del sottospazio W di V generato dai vettori $e_i + ie_{i+1}$, $i = 1, 2, 3$, dove e_i indica il vettore della base standard.
 - (b) Trovare una base di W e completarla ad una base di V .
 - (c) Trovare un sottospazio U di V tale che $U + W = V$ e $U \cap W = 0$.
2. Sia A una matrice 3×3 a coefficienti reali, avente autovalori $-1, \sqrt{2}, \frac{1}{2}$.
 - (a) Esibire almeno due matrici simili ad A .
 - (b) Calcolare il determinante e il polinomio caratteristico di A .
 - (c) Provare che A è diagonalizzabile.
3. Sia f l'applicazione da \mathbb{R}^3 in \mathbb{R}^3 definita mediante

$$f(a, b, c) = (a + b - c, 2c - 3a, a - b + c).$$

- (a) Mostrare che f è lineare;
- (b) determinare i vettori v tali che $f(v) = (0, -3, 2)$;
- (c) determinare la matrice associata ad f rispetto alla base $e_1, e_1 + e_2, e_2 - e_3$.