Nome e Cognome: ______________________________
Matricola: ______________________________

Complementi di Matematica Discreta 7 Febbraio 2005

1. Determinare le radici complesse del polinomio caratteristico $\chi_A(x)$ di $A = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ -2 & 0 \end{pmatrix}$. Mostrare che A ammette un'inversa B e che le radici di $\chi_B(x)$ sono gli inversi delle radici di $\chi_A(x)$.

2. Sia $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^4$ l'applicazione lineare la cui matrice rispetto alle basi standard è
$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & k \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & k & 1 \end{pmatrix}.$$
Determinare i valori di $k \in \mathbb{R}$ per i quali $v = (1, 0, 0, k)^t \in \mathrm{Im}(f)$.

3. Siano U e V i seguenti sottospazi di $\mathbb{R}^3$:
$$U = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \, : \, x + y - z = 0\},$$
$$W = \{x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \, : \, x - z = 0 = x + y\}.$$
   (i) Determinare le dimensioni di U e W;
   (ii) determinare un'applicazione lineare $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ tale che il nucleo di f sia $\ker(f) = U$, l'immagine di f sia $Im(f) = W$ e 3 sia un autovalore per f.