

## ESERCIZI

1) Calcolare il determinante delle seguenti matrici

$$A = \begin{pmatrix} 2 & i & 2i \\ 1 & 0 & -1 \\ -i & 2 & 3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 5 & 6 \\ 3 & 1 & 7 & 7 \\ 0 & 0 & 2 & 3 \\ 4 & 2 & 1 & 5 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & i \\ 2-i & 3 \end{pmatrix}.$$

2) Date le matrici

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix} \in M_3(\mathbf{R}), \quad B = \begin{pmatrix} 1+i & 0 & 0 \\ 1 & 0 & i \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \in M_3(\mathbf{C})$$

calcolarne il determinante, dire se sono invertibili e in caso affermativo calcolarne l'inversa.

3) Una matrice  $A \in M_n(K)$  si dice diagonale se  $a_{ij} = 0$  per ogni  $i \neq j$  (cioé se tutti gli elementi che non sono sulla diagonale principale sono nulli). Dimostrare che se  $A$  é una matrice diagonale allora

$$\det(A) = a_{11}a_{22}\dots a_{nn}.$$

4) Una matrice  $A \in M_n(K)$  si dice triangolare superiore se  $a_{ij} = 0$  per ogni  $i > j$  (cioé se tutti gli elementi al di sotto della diagonale principale sono nulli). Dimostrare che se  $A$  é triangolare superiore allora

$$\det(A) = a_{11}a_{22}\dots a_{nn}.$$

5) Dire se i seguenti sistemi hanno soluzione e in caso affermativo trovarle:

$$a) \begin{cases} 5x + 2y - 6z + 2u = -1 \\ x - y + z - u = -2; \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} x + y + 3z = 5 \\ 2x - y + 4z = 11 \\ -y + z = 3. \end{cases}$$

6) Discutere la risolubilita' del seguente sistema al variare del parametro  $a \in \mathbf{R}$ :

$$\begin{cases} x + y + 2z = 2 \\ 2x - y + 3z = 2 \\ 5x - y + az = 6. \end{cases}$$

7) Dire se il seguente sistema ha soluzioni e in caso affermativo trovarle tutte:

$$\begin{cases} x - z + 2v = 1 \\ y + u = 2 \\ 2x - y + t = 3. \end{cases}$$

8) Risolvere i seguenti sistemi quadrati col metodo di Cramer:

$$a) \begin{cases} (1 + i)x + z = 2 \\ x + iz = i \\ -x + y = 1 - i; \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} x - 2y = 0 \\ x + y + z = 1 \\ 3y - z = 0. \end{cases}$$

9) Discutere la risolubilita' del seguente sistema al variare del parametro reale  $\lambda$ :

$$\begin{cases} \lambda x + 2y - 2z = \lambda \\ x - 4y + \lambda z = 3 \\ 5x + y + z = 1. \end{cases}$$

10) Discutere la risolubilita' del seguente sistema al variare del parametro complesso  $a$ :

$$\begin{cases} ax + z = a \\ -ix + ay = 1 \\ iy + z = 0. \end{cases}$$

11) Discutere la risolubilita' del seguente sistema al variare del parametro reale  $a$ :

$$\begin{cases} 2x + ay + 3z = 2a \\ -ax + y + z = 6 \\ 4x - y + z = -10. \end{cases}$$