

ESERCIZI

1) Scrivere in forma algebrica i seguenti numeri complessi:

$$\frac{3i}{1-2i}, \quad \frac{1+i}{4+i}.$$

2) Scrivere in forma algebrica e rappresentare nel piano complesso i numeri complessi aventi modulo r e argomento θ , con r e θ dati da:

$$\begin{aligned} r &= 2, \quad \theta = \frac{5}{3}\pi \\ r &= 3, \quad \theta = \frac{5}{4}\pi \\ r &= 4, \quad \theta = -\frac{\pi}{6}. \end{aligned}$$

3) Scrivere in forma trigonometrica e rappresentare nel piano complesso i seguenti numeri complessi:

$$\frac{1}{1+i\sqrt{3}}, \quad \frac{1-i}{(1+i)^2}, \quad \frac{3\sqrt{2}}{2} - i\frac{3\sqrt{2}}{2}.$$

4) Calcolare le seguenti potenze:

$$(1+i)^4, \quad (1-i\sqrt{3})^6, \quad i^7, \quad i^5.$$

5) Calcolare le radici seste di $3i$.

6) Calcolare le radici quarte di $-2-2i$.

7) Disegnare le regioni del piano complesso corrispondenti ai numeri complessi che soddisfano le seguenti condizioni:

- a) $| \operatorname{Re} z | > 2$;
- b) $| \operatorname{Im} z | < 4$;
- c) $| z | > 2$;
- d) $| z - 2 | < 1$.

8) Verificare che $\sqrt{3} - i$ è una radice quarta di $-8 - 8\sqrt{3}i$. Trovare le altre

radici quarte del numero complesso $-8 - 8\sqrt{3}i$.

9) Risolvere la seguente equazione:

$$(3 + z)^3 = 27(2 - z)^3.$$

10) Scomporre il polinomio $z^2 + z + 1$ nel prodotto di due fattori di primo grado in $\mathbf{C}[z]$.

11) Trovare le radici del polinomio $2x^2 + 2x + 3$ in $\mathbf{C}[x]$.

12) Determinare nel campo complesso le radici dell'equazione $x^2 - (4 + 2i)x + (2 + 4i) = 0$.