

ESERCIZI

- 1) I vettori $v_1 = (1, 2, 1)$ e $v_2 = (2, 1, 0)$ sono indipendenti in \mathbf{R}^3 ? sono generatori di \mathbf{R}^3 ? sono una base di \mathbf{R}^3 ?
- 2) Provare che i vettori $(1, 1, 0), (0, -1, 2), (1, 2, 0)$ sono una base di \mathbf{R}^3 . Scrivere i vettori della base canonica come combinazione lineare dei vettori precedenti.
- 3) Sia W il seguente sottospazio di $\mathbf{R}[t]$:

$$W = \langle 2, (1+t)^2, 4t + 2t^2, t^3 \rangle .$$

Trovare una base di W . Qual é la dimensione di W ?

- 4) Trovare una base dello spazio vettoriale $R[t]$ dei polinomi a coefficienti reali.
- 5) Si considerino i seguenti sottospazi di \mathbf{R}^3 :

$$\begin{aligned} U &= \langle (1, 0, 0), (2, 1, 0) \rangle \\ W &= \langle (0, 2, 1), (0, 0, 3) \rangle . \end{aligned}$$

Determinare il sottospazio $U \cap W$ e trovarne una base.

Determinare la dimensione di $U + W$.

- 6) Sia W il sottospazio di \mathbf{R}^4 cosí definito

$$W = \{(x, y, z, w) : x - 2y + z = 0, w - 2x = 0\}.$$

Trovare una base di W . Qual é la dimensione di W ?

Trovare un sottospazio U di \mathbf{R}^4 tale che $\mathbf{R}^4 = U \oplus W$.

- 7) Si consideri l'insieme seguente

$$U = \{p(t) \in \mathbf{R}[t] : \deg(p) \leq 4, p(0) = 0, p'(0) = 0\}.$$

Verificare che U é un sottospazio di $\mathbf{R}[t]$ e trovarne una base. Qual é la dimensione del sottospazio U ?

- 8) Si consideri l'insieme

$$W = \{(z_1, z_2) \in \mathbf{C}^2 : \operatorname{Re}(z_1) = \operatorname{Re}(z_2)\}.$$

Dopo aver verificato che W é un \mathbf{R} -sottospazio di \mathbf{C}^2 trovare una base di W come spazio vettoriale su \mathbf{R} .

- 9) Si considerino i seguenti sottospazi di \mathbf{C}^2 :

$$\begin{aligned} U &= \langle (1, 1), (i, 2i) \rangle; \\ W &= \{(z_1, z_2) \in \mathbf{C}^2 : \operatorname{Re}(z_1) = 0, \operatorname{Im}(z_2) = 0\}. \end{aligned}$$

É vero che $\mathbf{C}^2 = U \oplus W$?