

ESERCIZI

1) Determinare autovalori e autovettori delle seguenti matrici e dire se sono diagonalizzabili.

$$A = \begin{pmatrix} i & 0 & -1 \\ 1 & 2 & i \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 2i & -1 \\ -i & 1 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

2) Sia $f : \mathbf{R}^3 \rightarrow \mathbf{R}^3$ l'endomorfismo definito da

$$f(x, y, z) = (-3x + 4y - 2z, 2x - y + z, 15x - 12y + 8z) \quad \forall (x, y, z) \in \mathbf{R}^3.$$

Calcolare gli autovalori di f .

f e' diagonalizzabile?

3) Siano f e g gli endomorfismi di \mathbf{C}^3 definiti rispettivamente da:

$$\begin{aligned} f(z_1, z_2, z_3) &= (iz_1, z_1 + 2z_2 + iz_3, iz_3) \\ g(z_1, z_2, z_3) &= (iz_1 + z_2, 2z_2 + iz_3, iz_3) \quad \forall (z_1, z_2, z_3) \in \mathbf{C}^3. \end{aligned}$$

Dire se f e g sono diagonalizzabili.

4) Date le matrici

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 3 \end{pmatrix},$$

$$B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

trovare autovettori e autovalori di A e B .

A é diagonalizzabile? in caso affermativo trovare una matrice P non singolare tale che $P^{-1}AP$ sia diagonale.

B é diagonalizzabile? in caso affermativo trovare una matrice Q non singolare tale che $Q^{-1}BQ$ sia diagonale.

5) Rispondere alle seguenti domande giustificando le risposte:

- due matrici simili hanno gli stessi autovalori?
- una matrice quadrata A e la sua trasposta hanno gli stessi autovalori?
- una matrice quadrata diagonalizzabile non singolare puó avere autovalore $\lambda = 0$?