

COGNOME: _____

NOME: _____ MATRICOLA: _____

Indicare la risposta corretta con una crocetta.

1. Si ponga $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$, $B = 3\mathbb{Z}$ (cioè B è l'insieme formato da tutti i numeri interi che sono multipli di 3) e $C = 2\mathbb{Z}$ (cioè C è l'insieme formato da tutti i numeri pari). Quanti sono gli elementi dell'insieme $(A \setminus B) \cup ((A \cap B) \setminus C)$?

- (a) 11
- (b) 8
- (c) 6
- (d) 3

Risposta: b

2. Sia P l'insieme dei quadrati perfetti, cioè l'insieme formato da tutti i numeri interi che sono della forma x^2 per qualche $x \in \mathbb{Z}$. Siano poi D l'insieme dei numeri dispari ed $E = \{x \in \mathbb{Z} : x^2 < 90\}$.

Quale delle seguenti affermazioni è vera?

- (a) $((3\mathbb{Z} \cap D) \cup P) \cap E = \{-9, -6, -4, -3, 0, 3, 4, 6, 9\}$
- (b) $((3\mathbb{Z} \cap D) \cup P) \cap E = \{-4, -3, 0, 3, 4\}$
- (c) $((3\mathbb{Z} \cap D) \cup P) \cap E = \{-9, -5, -4, -3, 0, 3, 4, 5, 9\}$
- (d) $((3\mathbb{Z} \cap D) \cup P) \cap E = \{-9, -3, 0, 3, 4, 9\}$

Risposta: d

3. Sia $f : \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$ la funzione $f(x) = 2x^3$ e sia $G \subseteq \mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$ il grafico di f . Quale delle seguenti affermazioni è vera?

- (a) Se $(x, y) \in G$ allora $(x, -y) \in G$.
- (b) $G \subseteq \mathbb{Z} \times 2\mathbb{Z}$.
- (c) $f(\mathbb{Z}) = 2\mathbb{Z}$.
- (d) Per ogni $x \in \mathbb{Z}$ esiste uno ed un solo $y \in \mathbb{Z}$ tale che $(y, x) \in G$.

Risposta: b

4. Siano $A = 2\mathbb{Z} \setminus 4\mathbb{Z}$ (si ricorda che $4\mathbb{Z}$ è l'insieme formato dai numeri interi multipli di 4) e B l'insieme dei numeri dispari. Quale dei seguenti sottoinsiemi di $A \times B$ è il grafico di una funzione da A a B ?

- (a) $C_1 = \{(x, y) \in A \times B : x = y\}$.
- (b) $C_2 = \{(x, y) \in A \times B : xy = 0\}$.
- (c) $C_3 = \{(x, y) \in A \times B : x = 2y\}$.
- (d) $C_4 = \{(x, y) \in A \times B : x = 4y\}$.

Risposta: c

5. Quale delle seguenti affermazioni è **falsa**?

- (a) $\exists x \in \mathbb{Z}, \forall y \in \mathbb{Q} : x \cdot y = 0$.
- (b) $\forall x \in \mathbb{Z}, \exists y \in \mathbb{Q} : x \cdot y = 1$.
- (c) $\neg(\exists x \in \mathbb{Q} : \forall y \in \mathbb{Z} : x \cdot y \notin \mathbb{Z})$.
- (d) $\forall x \in \mathbb{Q} : \exists y \in \mathbb{Z} : x \cdot y \in \mathbb{N}$.

Risposta: b

6. Sia B l'insieme dei numeri interi dispari, ed $f : \mathbb{Z} \rightarrow B$ la funzione definita da $f(x) = 2x^2 - 1$. Quale delle seguenti affermazioni è vera?

- (a) f è suriettiva.
- (b) f è iniettiva.
- (c) Se $A = \{1, 3, 5, 7, 9\} \subseteq B$, allora $-3 \in f^{-1}(A)$.
- (d) Se $A = \{1, 3, 5, 7, 9\} \subseteq B$, allora $-1 \in f^{-1}(A)$.

Risposta: d

7. Si consideri la proposizione

$$((p \Rightarrow q) \vee \neg s) \wedge p \wedge \neg q \wedge s.$$

Quale delle seguenti affermazioni è corretta?

- (a) La proposizione è una tautologia.
- (b) La proposizione è una contraddizione.
- (c) La proposizione è equivalente a $s \vee (\neg q)$.
- (d) Nessuna delle precedenti.

Risposta: b

Suggerimento: Ragionare sui possibili valori della proposizione s .

Si svolga il seguente esercizio, dando una piena giustificazione.

8. Sia $P(n)$ il predicato (o funzione proposizionale) $P(n)$ ="il numero $7^{n+1} - 1$ è divisibile per 6". Si dimostri per induzione che $\forall n \in \mathbb{N}, P(n)$.