

# Esercizi di Matematica discreta

2 febbraio 2006

## 1 Esercizi a risposta multipla

1. Si consideri l'insieme  $A = \{a, b, c, d, e\}$  e la relazione

$$\mathcal{R} = \{(a, a), (b, b), (c, c), (d, d), (a, d), (d, c), (a, c), (c, a), (d, a), (c, d)\}.$$

Allora

[a]  $\mathcal{R}$  è relazione di equivalenza, ma non di ordine

[b]  $\mathcal{R}$  è relazione d'ordine, ma non di equivalenza

[c] nessuna delle precedenti.

Risposta: c

2. Sia  $P_n$  il poligono regolare di  $n \geq 3$  vertici nel piano Euclideo. Si indichi con  $t_n$  il numero di triangoli distinti che si possono formare con i vertici di  $P_n$ . Si dica quali delle seguenti affermazioni e' corretta:

[a]  $t_n = \binom{n}{3}$

[b]  $t_n = n(n-2) - 2$

[c]  $t_n = n - 2$

Risposta: a

3. L'equazione diofantea

$$17x + 3y = c$$

Figura 1: il multigrafo  $G$

- [a] ha soluzioni se  $c = -317$ ;
- [b] ha soluzioni solo se  $c = 1$ ;
- [c] Nessuna delle precedenti.

Risposta: a

4. Si consideri il multigrafo  $G$  rappresentato in Figura ??.

E sia  $G'$  il multigrafo ottenuto da  $G$  privandolo del lato  $l$ . Si dica quale delle seguenti affermazioni e' corretta:

- [a]  $G'$  ammette un circuito Euleriano
- [b]  $G$  ammette circuito Euleriano
- [c] Nessuna delle precedenti.

Risposta: a

5. Sia  $\mathbb{N}^* = \mathbb{N} - \{0\}$ . Fissato  $a \in \mathbb{N}^*$ , si consideri l'equazione, nell'incognita  $x \in \mathbb{N}^*$ ,

$$[7a]_{169}^x = [-337]_{169}$$

dove  $[\cdot]_{169}$  denota la classe di resto modulo 169. Allora:

- (a) Non esiste alcuna scelta di  $a$  per la quale l'equazione abbia una soluzione  $x \in \mathbb{N}^*$ .
- (b) Per ogni numero  $a$  primo con 13, l'equazione ha una soluzione  $x \in \mathbb{N}^*$ .
- (c) Nessuna delle precedenti.

Risposta: b

6. Si consideri la funzione proposizionale (o predicato):

$$y^4 = 10$$

Quale delle seguenti affermazioni è vera:

- (a) In  $\mathbb{R}$ , " $y^4 = 10$ " ha valore di verità vero
- (b) La proposizione " $\forall y \in \mathbb{Z} y^4 = 10$ " ha valore di verità falso
- (c) La proposizione " $\exists y \in \mathbb{R} : y^4 = 10$ " ha valore di verità falso

Risposta: b

## 2 Domanda aperta

1. Si considerino i reticoli  $(L_1, \leq)$  e  $(L_2, \leq)$  rappresentati in Figura ??.
- Sia poi  $(L_3, \leq) = (\wp(\{1, 2, 3\}), \subseteq)$  il reticolo formato dall'insieme delle parti di  $\{1, 2, 3\}$  con la relazione d'inclusione insiemistica. Si dica, giustificando la risposta, se e quali tra i reticoli suddetti sono isomorfi tra loro. Inoltre si disegni il reticolo  $L_3$ . Si dica se esiste un automorfismo  $f$  del reticolo  $L_3$ , cioè un isomorfismo del reticolo  $L_3$  con sé stesso, tale che  $f^4 = f \circ f \circ f \circ f = \text{id}$ .