

1. Si determini un'applicazione lineare $f : \mathfrak{R}^4 \rightarrow \mathfrak{R}^4$, che abbia nucleo di dimensione 1, e tale che sia $f(1, 0, 0, 0) = (3, 0, 0, 0)$, $f(2, 1, 2, 0) = (6, 3, 6, 0)$, $f(11, 11, 11, 11) = (11, 11, 11, 11)$. Si dica se f diagonalizzabile, e in caso affermativo, si determini una base di autovettori

2. Siano $A = (1, 1, 0, 0)$, $B = (1, 2, 2, 0)$, $C = (0, -1, -2, 0)$, $D = (1, -1, 2, 1)$ vettori di \mathbf{R}^4 .

(i) Trovare una base del sottospazio somma $Span(A, B) + Span(C, D)$.

(ii) Trovare la dimensione del sottospazio intersezione di $Span(A, B)$ e $Span(C, D)$.

3. Si determinino le eventuali terne di numeri reali a , b , e c , perchè i seguenti piani:

$$\alpha : -2x - y + 3z = b$$

$$\beta : 6x + 2y - 11z = c$$

$$\gamma : 2x - y - 7z = a.$$

a) siano paralleli;

b) si intersechino in una retta.

4. Sia V il sottospazio vettoriale dello spazio vettoriale delle matrici reali quadrate di ordine 3, generato dalle potenze A^n , della matrice A

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \pi \\ 0 & -3 & 25 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

al variare di n tra i numeri naturali. Si determini la dimensione e una base per V .

5. Discutere il sistema

$$\begin{cases} x + hy + z = 0 \\ hx + z = 0 \\ x + hz = 0, \end{cases}$$

al variare del parametro reale h .