

Esercitazione di Matematica Discreta

11 DICEMBRE 2006

COGNOME _____

NOME _____ MATRICOLA _____

Indicare la risposta corretta con una crocetta

1. Si consideri l'insieme $A = \{a, b, c, d, e\}$ e la relazione

$$\mathcal{R} = \{(a, a), (b, b), (c, c), (d, d), (a, d), (d, c), (a, c), (c, a), (d, a), (c, d)\}.$$

Allora

- a) \mathcal{R} è relazione di equivalenza, ma non di ordine;
- b) \mathcal{R} è relazione d'ordine, ma non di equivalenza
- c) nessuna delle precedenti.

2. Siano a, b due numeri interi, e si supponga che sia:

$$M.C.D.(a, b) = 2, \quad M.C.D.(b, 3a) = 6.$$

allora:

- a) b è divisibile per 3 ma non per 9;
- b) a è un numero pari non divisibile per 3;
- c) $M.C.D.(a, 3b) = 6$.

3. L'equazione diofantea

$$20x + by = 36$$

ha soluzioni:

- a) se e solo se b è divisibile per 2;
- b) se e solo se l'ultima cifra di b non è né 0 né 5;
- c) se e solo se b è un numero primo.

4. Indicato con \mathbb{Z}_6 l'insieme delle classi di resto modulo 6, si ha:

- a) $\mathbb{Z}_6 = \{[-113]_6, [39]_6, [46]_6, [-82]_6, [35]_6, [54]_6, [-110]_6, [-85]_6, [44]_6\}$;
- b) $\mathbb{Z}_6 = \{[-113]_6, [-82]_6, [734]_6, [400]_6, [-31]_6\}$;
- c) $\mathbb{Z}_6 = \{[-68]_6, [-59]_6, [25]_6, [19]_6, [9]_6, [0]_6\}$.

5. Preso $n \in \mathbb{N} - \{0\}$, la classe di resto

$$[7]_{8n} \in \mathbb{Z}_{8n}$$

- a) e' invertibile rispetto al prodotto se $MCD(7, n) = 1$;
- b) e' invertibile rispetto al prodotto qualsiasi sia la scelta di n ;
- c) nessuna delle precedenti.

6. Sia l'insieme $A = \{0, 1, 2, 3, 4\}$ e sia B l'insieme dei sottoinsiemi di A diversi da A stesso, cioè $B = \{X \mid X \subseteq A, X \neq A\}$. Sia poi $f : B \rightarrow A$ l'applicazione definita da

$$f(X) = |X|$$

Allora:

- a) f è iniettiva;
- b) f è suriettiva;
- c) f non è né iniettiva né suriettiva.

7. Una applicazione $f : A \rightarrow B$ è iniettiva se:

- a) per ogni $a, b \in A$ se $a = b$ allora $f(a) = f(b)$;
- b) per ogni $a, b \in A$ se $a \neq b$ allora $f(a) \neq f(b)$;
- c) per ogni $b \in B$ esiste $a \in A$ tale che $f(a) = b$;
- d) per ogni $a, b \in A$ se $f(a) = f(b)$ allora $a = b$.

Si svolga il seguente esercizio, dando una piena giustificazione

8.

- (a) Calcolare il massimo comun divisore (positivo) tra 210 e 87;
- b) Dite se l'equazione diofantea

$$210x + 87y = 12$$

ammette soluzione e, in caso affermativo, trovatene una.

- c) Scrivete tutte le soluzioni dell'equazione

$$210x + 87y = 12$$