

Compito di Elementi di Matematica B
Modulo di Matematica Discreta

3 LUGLIO 2009

COGNOME _____

NOME _____ MATRICOLA _____

Indicare la risposta corretta con una crocetta

1. Data la relazione \mathcal{S} su \mathbb{Q}

$$a\mathcal{S}b \iff a = b \quad \text{oppure} \quad a, b \in \mathbb{Z}$$

si dica se

- a) \mathcal{S} è una relazione di ordine;
- b) \mathcal{S} è una relazione di equivalenza;
- c) \mathcal{S} è sia una relazione di ordine che di equivalenza;
- d) nessuna delle precedenti

2. Data la funzione $f : \mathbb{Z} \rightarrow 5\mathbb{Z}$ definita da $f(z) = 5z - 20$, si dica se

- a) f è iniettiva ma non suriettiva;
- b) f è suriettiva ma non iniettiva;
- c) f è biiettiva;
- d) nessuna delle precedenti

3. Siano a un intero e b un intero positivo. L'equazione diofantea

$$ax + by = a^b$$

ha soluzioni:

- a) sempre;
- b) se e solo se a divide b ;
- c) se e solo se b divide a ;
- d) nessuna delle precedenti.

4. Sia r il numero delle funzioni iniettive da un insieme con n elementi a un insieme con m elementi. Allora

- a) se $n = m$, $r = n!$ e le funzioni sono biiettive;
- b) se $n < m$, $r = 0$;
- c) se $n > m$, $r > 0$
- d) nessuna delle precedenti.

5. Sia p un numero primo e si consideri l'equazione nell'incognita $x \in \mathbb{N}^*$:

$$[3]_{14p}^x = [1]_{14p}$$

1

Allora

- a) ha sempre soluzioni;
 - b) ha soluzioni se p è diverso da 2 e 7;
 - c) ha soluzioni se p è diverso da 3;
 - d) nessuna delle precedenti.
6. Sia L l'insieme $\{1, 2, 3, 5, 30, 60, 120, 180\}$ ordinato rispetto alla divisibilità. Allora
- a) L è un reticolo limitato;
 - b) L è un reticolo non distributivo;
 - c) L è un reticolo distributivo;
 - d) nessuna delle precedenti.
7. Quale dei seguenti insiemi non è un campo rispetto alle operazioni indicate?
- a) \mathbb{R} rispetto alle operazioni di somma e prodotto tra numeri reali;
 - b) \mathbb{Z}_p rispetto alle operazioni di somma e prodotto tra classi di resto, p numero primo;
 - c) \mathbb{Z} rispetto alle operazioni di somma e prodotto tra numeri interi;
 - d) \mathbb{Q} rispetto alle operazioni di somma e prodotto tra numeri razionali.

8. Si dia la definizione di relazione di equivalenza e insieme quoziente. Si faccia un esempio di relazione di equivalenza e del relativo insieme quoziente.

Si svolga il seguente esercizio, dando una piena giustificazione

9. Si dimostri, per induzione su n , che 63 divide $8^{2n} - 1$ per ogni $n \geq 1$.