

COGNOME: _____

NOME: _____ MATRICOLA: _____

Indicare la risposta corretta con una crocetta.

1. Si consideri l'insieme $X = \{a, b, c, d, e\}$ e la relazione

$$\mathcal{R} = \{(a, a), (c, e), (b, b), (c, c), (d, d), (e, e), (a, c), (a, e)\}$$

Allora

- (a) \mathcal{R} è riflessiva, transitiva e simmetrica;
- (b) \mathcal{R} è simmetrica, ma non è una relazione di equivalenza;
- (c) \mathcal{R} è transitiva, ma non è una relazione di equivalenza;
- (d) \mathcal{R} non è né simmetrica, né riflessiva, né transitiva.

Risposta: c

2. Siano a, b due numeri interi, e si supponga che sia:

$$M.C.D.(a, b) = 2, \quad M.C.D.(b, 2a) = 2.$$

allora:

- (a) b è divisibile per 2 ma non per 4;
- (b) b è divisibile per 4;
- (c) b è dispari;
- (d) $M.C.D.(a, 2b) = 2$.

Risposta: a

3. L'equazione diofantea

$$6x + by = 21$$

ha soluzioni:

- (a) se e solo se b è divisibile per 3;
- (b) se e solo se b è un numero primo;
- (c) se e solo se b è dispari;
- (d) se e solo se b è pari.

Risposta: c

4. Quale delle seguenti liste comprende *tutte* le classi di resto modulo 5, cioè tutti gli elementi di \mathbb{Z}_5 ?

- (a) $[-501]_5, [-3]_5, [501]_5, [-28]_5, [3000]_5, [22]_5$;
- (b) $[-501]_5, [3]_5, [501]_5, [-28]_5, [3000]_5$;
- (c) $[-501]_5, [-3]_5, [501]_5, [-28]_5, [3000]_5$;
- (d) $[11]_5, [3]_5, [501]_5, [-28]_5, [3000]_5$;

Risposta: b

5. Indicato con \mathbb{Z}_{143} l'insieme delle classi di resto modulo 143, si ha:

- (a) $\mathbb{Z}_{143} = \{[a]_{143} : a \in \mathbb{Z}, 14 \leq a \leq 150\}$;
- (b) $\mathbb{Z}_{143} = \{[a]_{143} : a \in \mathbb{Z}, 25 \leq a \leq 167\}$;
- (c) $\mathbb{Z}_{143} = \{[a]_{143} : a \in \mathbb{Z}, 125 \leq a \leq 258\}$;
- (d) $\mathbb{Z}_{143} = \{[a]_{143} : a \in \mathbb{Z}, -50 \leq a \leq 90\}$.

Risposta: b

6. Sia X l'insieme dei numeri naturali $n > 1$ tali che $[16]_n$ è invertibile rispetto al prodotto in \mathbb{Z}_n . (Ricordiamo che la classe $[a]_n$ è invertibile se esiste una classe $[x]_n \in \mathbb{Z}_n$ tale che $[a]_n \cdot [x]_n = [1]_n$.)

- (a) X è l'insieme dei naturali maggiori di 16;
- (b) X è l'insieme dei numeri primi;
- (c) X è l'insieme dei numeri dispari maggiori di 1;
- (d) nessuna delle precedenti.

Risposta: c

7. Data una composizione di funzioni

$$Y \xrightarrow{f} X \xrightarrow{g} Z \xrightarrow{h} W$$

si supponga che $h \circ g \circ f$ sia biunivoca. Allora si può dedurre che:

- (a) g è suriettiva;
- (b) g è iniettiva;
- (c) h è suriettiva;
- (d) f è suriettiva.

Risposta: c

Si svolga il seguente esercizio, dando una piena giustificazione.

8. (a) Si determini $M.C.D.(3245, 473)$.
(b) Si dica se l'equazione

$$3245x + 473y = 33 \tag{1}$$

ammette soluzioni intere. In caso affermativo si determini almeno una soluzione.

- (c) Si dica se l'equazione $[3245]_{473} \cdot [x]_{473} = [33]_{473}$ ha soluzioni $[x]_{473} \in \mathbb{Z}_{473}$. In caso affermativo si determini almeno una soluzione.