

Compitino di Matematica Discreta B

6 NOVEMBRE 2006

COGNOME _____

NOME _____ MATRICOLA _____

Indicare la risposta corretta con una crocetta

1. Siano dati gli insiemi $A = \{13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24\}$, $B = 3\mathbb{Z}$ (cioè B è l'insieme formato da tutti i numeri interi che sono multipli di 3) e $C = 4\mathbb{Z}$ (cioè C è l'insieme formato da tutti i numeri interi che sono multipli di 4). Quanti elementi ha l'insieme delle parti dell'insieme $((A \setminus C) \cap B) \cup (A \setminus B)$?

- a) 2^{11}
- b) 2^3
- c) 2^{12}
- d) 0

2. Siano dati gli insiemi $A_k = \{1, 2, 3, \dots, k\}$ per $k = 1, 2, 3, \dots$. Per $n \geq 1$ fissato, siano

$$T = \bigcap_{k=1}^n A_k \quad S = \bigcup_{k=1}^n A_k$$

Risulta:

- a) $S = A_1$ e $T = A_n$
- b) $S = A_n$ e $T = \emptyset$
- c) $S = \mathbb{N}^*$ e $T = A_1$
- d) $S = A_n$ e $T = A_1$

3. Dire quale delle seguenti affermazioni è **falsa** dove l'insieme universo per ciascuna variabile è l'insieme \mathbb{R} dei numeri reali:

- a) $\forall x, \exists y (x + y = 1)$
- b) $\forall x, \exists y (xy = 0)$
- c) $\forall x, \exists y (x = y^2)$
- d) $\exists x, \forall y (xy = 0)$

4. Per quali valori di verità delle proposizioni p e q la proposizione composta

$$(\neg p \wedge (p \rightarrow q)) \rightarrow \neg q$$

risulta essere **falsa**?

- a) p falsa e q vera
- b) p vera e q falsa

2

- c) p vera e q vera
- d) p falsa e q falsa

5. La proposizione

$$(p \rightarrow q) \iff (\neg q \rightarrow \neg p)$$

è:

- a) una contraddizione
- b) una tautologia**
- c) né una tautologia né una contraddizione
- d) logicamente equivalente a p .

6. Siano $A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$ e $B = \{-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}$. Sia ρ la corrispondenza di A in B (dunque ρ è un sottoinsieme di $A \times B$) definita da

$$\rho = \{(a, b) \in A \times B \mid a = b \text{ oppure } a = -b\}$$

Quanti elementi ha ρ ?

- a) 2^8
- b) 2^{48}
- c) 48
- d) 8**

7. Sia ρ la corrispondenza di \mathbb{Z} in \mathbb{Z} definita da

$$\rho = \{(x, y) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \mid x = \frac{1}{2}y - 1\}$$

Quale delle seguenti affermazioni è vera?

- a) ρ è una applicazione di \mathbb{Z} in \mathbb{Z} .**
- b) ρ è una corrispondenza di \mathbb{Z} in \mathbb{Z} ma non una applicazione.
- c) $(5, 4) \in \rho$.
- d) $(4, 5) \in \rho$.

Si svolga il seguente esercizio, dando una piena giustificazione

8. Sia $P(n)$ il predicato (o funzione proposizionale):

$$1^2 + 2^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

Si dimostri, per induzione, che $\forall n \geq 1, P(n)$.