1. Si consideri $(\mathbb{Z}_{2412}, +, \cdot)$, l'anello delle classi di resto modulo 2412.

(a) $[417]_{2412}$ é invertibile in $\mathbb{Z}_{2412}$.

(b) $[417]_{2412}$ non é invertibile in $\mathbb{Z}_{2412}$.

(c) Non é possibile stabilire se $[417]_{2412}$ sia o meno invertibile in $\mathbb{Z}_{2412}$.

Risposta:b

2. Sia Sia $\mathbb{N}^* = \mathbb{N} - \{0\}$. Fissato $a \in \mathbb{Z}$, si consideri l'equazione, nell'incognita $x \in \mathbb{N}^*$,

$$[17]_{160}^x = [a]_{160}$$

dove $[\cdot]_{160}$ denota la classe di resto modulo 160. Allora:

(a) Per $a = -480$, l'equazione ha soluzione $x \in \mathbb{N}^*$.

(b) Per $a = 481$, l'equazione ha una soluzione $x \in \mathbb{N}^*$.

(c) Nessuna delle precedenti.

Risposta: b

3. Sia

$$H = \{[5]_{71}, [24]_{71}, [39]_{71}, [12]_{71}, [72]_{71}, [60]_{71}, [37]_{71}, [11]_{71}, [3]_{71}, [8]_{71}, [40]_{71}\}$$

il sottoinsieme di $\mathbb{Z}_{71}$ munito dell'operazione di prodotto di classi di resto. Allora

(a) $(H, \cdot)$ non ha elemento neutro

(b) $(H, \cdot)$ possiede elementi non invertibili

(c) $(H, \cdot)$ non e' un gruppo.

Risposta. c

4. Sia $H = \{[4]_8, [0]_8\}$ il sottogruppo di $\mathbb{Z}_8$ di ordine 2.

(a) I laterali $H + [1]_8$ e $H + [3]_8$ sono uguali.

(b) I laterali $H + [2]_8$ e $H + [3]_8$ sono uguali.

(c) I laterali $H + [2]_8$ e $H + [6]_8$ sono uguali.

Risposta c

5. Sia G un gruppo. Preso due elementi $\bar{g}$ e $\bar{h}$ di G, l'equazione:

(a) $x\bar{g} = \bar{h}$ ha una sola soluzione comunque si scelgano $\bar{g}$ e $\bar{h}$ in G.

(b) $x\bar{g} = \bar{h}$ ha una sola soluzione solo se $\bar{h} = 1$, e x é l'inverso di $\bar{g}$.

(c) $x\bar{g} = \bar{h} = \bar{g}x$ ha una sola soluzione solo se il gruppo é abeliano

Risposta a

1 Esercizio a testo libero

Si mostri che la somma é un'operazione sull'insieme dei numeri pari, P. Si dimostri poi che $(P, +)$ é un gruppo Abeliano. Infine, detta $\cdot$ l'usuale moltiplicazione tra numeri interi, si stabilisca se $(P, +, \cdot)$ é un anello.