

Compito di Matematica Discreta

28 APRILE 2010

COGNOME _____

NOME _____ MATRICOLA _____

Indicare la risposta corretta con una crocetta

1. Sia $a \in \mathbb{N}^*$, l'equazione diofantea

$$ax + 3^a y = 3$$

ha soluzioni

- a) sempre;
- b) se a divide 3;
- c) se e solo se a è coprimo con 3;
- d) nessuna delle precedenti.

2. Fissato $b \in \mathbb{N}^*$, si consideri l'equazione, nell'incognita $x \in \mathbb{N}^*$,

$$[5b]_{169}^x = [-168]_{169}.$$

Allora:

- a) non esiste alcuna scelta di b per la quale l'equazione abbia una soluzione $x \in \mathbb{N}^*$;
- b) per ogni $b = 5^m$, $m \in \mathbb{N}$, l'equazione ha una soluzione $x \in \mathbb{N}^*$;
- c) per qualsiasi scelta di b l'equazione ha una soluzione $x \in \mathbb{N}^*$;
- d) nessuna delle precedenti.

3. Sia A un insieme non vuoto. Si consideri il reticolo dell'insieme delle parti di A . Allora

- a) ammette minimo ma non massimo;
- b) ammette massimo ma non minimo;
- c) è complementato;
- d) non è complementato.

4. Sia $X = \{1, 2, 3\}$ e si consideri la relazione su X data da

$$R = \{(1, 1), (1, 2), (1, 3), (2, 2), (2, 3), (3, 3)\}.$$

Allora

- a) R è una relazione di equivalenza, ma non è una relazione d'ordine

- b) R è tanto una relazione di equivalenza, che una relazione d'ordine
- c) R è una relazione di ordine, ma non è una relazione di equivalenza
- d) nessuna delle precedenti.

5. Una applicazione $f : A \rightarrow B$ è suriettiva se:

- a) per ogni $a \in A$ esiste $f(a)$ in B ;
- b) per ogni $a, b \in A$ se $a \neq b$ allora $f(a) \neq f(b)$;
- c) per ogni $b \in B$ esiste $a \in A$ tale che $f(a) = b$;
- d) se e solo se $|A| = |B|$.

6. Quale delle seguenti affermazioni è vera

- a) \mathbb{Z} con la somma e il prodotto usuali è un campo;
- b) \mathbb{N} con la somma e il prodotto usuali è un campo;
- c) \mathbb{Z}_{2n} con la somma e il prodotto tra classi di resto è un campo per ogni n naturale maggiore di 1;
- d) \mathbb{Z}_{2n} con la somma e il prodotto tra classi di resto è un campo se e solo se n è primo.

7. Data la proposizione

$$\forall x \in \mathbb{N} \exists y \in \mathbb{Q} : x < y < x + 1$$

dire quale delle proposizioni seguenti ne è la negazione

- a) $\exists x \in \mathbb{N} \forall y \in \mathbb{Q} : x > y > x + 1$;
- b) $\exists x \in \mathbb{N} \forall y \in \mathbb{Q} : (y \leq x) \vee (y \geq x + 1)$;
- c) $\forall x \in \mathbb{N} \exists y \in \mathbb{Q} : (y \leq x) \vee (y \geq x + 1)$;
- d) nessuna delle precedenti.

8. Si dia la definizione di operazione binaria su un insieme su X . Si dica perchè la sottrazione non è un'operazione su \mathbb{N} .

Si svolga il seguente esercizio, dando una piena giustificazione

9. Mostrare, per induzione su $n \geq 1$, che $1 + 2 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$