

**Seconda Esercitazione di Elementi di Matematica (Matematica
discreta)**

16 dicembre 2009

COGNOME _____

NOME _____ MATRICOLA _____

Indicare la risposta corretta con una crocetta

1. Siano $f : A \rightarrow B$ e $g : B \rightarrow D$ due funzioni e sia $g \circ f$ suriettiva. Allora

- a) f è iniettiva;
- b) f è suriettiva;
- c) g è iniettiva;
- d) g è suriettiva.

2. L'equazione diofantea

$$ax + by = 6$$

ha soluzione $x = 35$ e $y = 42$

- a) mai;
- b) se e solo se $M.C.D.(a, b) | 6$;
- c) sempre;
- d) dipende dai valori di a e b .

3. Siano a, b interi non nulli. Se il $M.C.D.(a, b) = d$ allora $M.C.D.(a^b, b)$ è

- a) d^b
- b) divisibile per due numeri primi distinti se a è primo
- c) hd per un certo $h \in \mathbb{Z}$;
- d) nessuna delle precedenti.

4. Si consideri la congruenza modulo 15 in \mathbb{Z} , quale delle seguenti affermazioni è vera:

- a) esiste $x \in \mathbb{Z}$ tale che $7x \equiv 1 \pmod{15}$;
- b) esiste $x \in \mathbb{Z}$ tale che $5x \equiv 1 \pmod{15}$;
- c) $12x \equiv 0 \pmod{15}$ se e solo se $x \in [0]_{15}$;
- d) esiste $x \notin [0]_{15}$ tale che $7x \equiv 0 \pmod{15}$

5. Sia \mathcal{R} una relazione di equivalenza su un insieme A e siano $a, b \in A$. Dire che $(a, b) \in R$ (ovvero $a\mathcal{R}b$) è equivalente a

- a) $a \in [b]_{\mathcal{R}}$;
- b) $[a]_{\mathcal{R}} \cap [b]_{\mathcal{R}} = \emptyset$
- c) $[a]_{\mathcal{R}} \subset [b]_{\mathcal{R}}$
- d) $|[a]_{\mathcal{R}}| = |[b]_{\mathcal{R}}|$

6. Indicato con \mathbb{Z}_6 l'insieme delle classi di resto modulo 6, si ha:

- a) $\mathbb{Z}_6 = \{[-113]_6, [-82]_6, [734]_6, [400]_6, [-31]_6\}$;
- b) $\mathbb{Z}_6 = \{[121]_6, [39]_6, [46]_6, [-58]_6, [54]_6, [47]_6, [-110]_6\}$;
- c) $\mathbb{Z}_6 = \{[-68]_6, [-59]_6, [25]_6, [19]_6, [9]_6, [0]_6\}$;
- d) nessuna delle precedenti.

7. Si consideri l'insieme $A = \{0, 1, 2, 3, 4\}$ e la relazione

$$\mathcal{R} = \{(1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4), (2, 3), (0, 0), (4, 1), (4, 0), (3, 2), (0, 4)\}.$$

Allora

- a) \mathcal{R} è sia una relazione di equivalenza che una relazione d'ordine;
- b) \mathcal{R} è simmetrica;
- c) \mathcal{R} è relazione di equivalenza;
- d) nessuna delle precedenti.

8. Sia \mathcal{R} la relazione su \mathbb{Z} definita da $(a, b) \in \mathcal{R}$ se e solo se $a + b$ è un numero pari. Provare che \mathcal{R} è una relazione di equivalenza. Determinare le classi di equivalenza e l'insieme quoziente.

Si svolga il seguente esercizio, dando una piena giustificazione

9.

- a) Si determini $M.C.D.(357, 111)$;
- b) Si dica se l'equazione diofantea

$$357x + 111y = 12$$

ha soluzione e in caso le abbia si determinino tutte e sole le sue soluzioni;

- c) Si dica per quali valori di $h \in \mathbb{Z}$ l'equazione diofantea

$$(357h)x + (1454h)y = 12$$

ha soluzione.