

Secondo Compitino di Elementi di Matematica (Matematica discreta)
B

21 dicembre 2009

COGNOME _____

NOME _____ MATRICOLA _____

Indicare la risposta corretta con una crocetta

1. Siano $f : A \rightarrow B$ e $g : B \rightarrow C$ due funzioni e sia $g \circ f$ iniettiva. Allora

- a) f è iniettiva;
- b) f è suriettiva;
- c) g è iniettiva;
- d) g è suriettiva.

2. L'equazione diofantea

$$ax + 12y = 33$$

ha soluzioni

- a) se e solo se a è pari;
- b) se e solo se a è dispari;
- c) se e solo se a è un numero primo;
- d) se e solo se a è divisibile per 3.

3. Nella *successione dei numeri di Fibonacci*

$$0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21 \dots$$

ogni numero, a partire dal terzo, è la somma dei due che lo precedono

$$f_{n+2} = f_{n+1} + f_n \quad f_0 = 0, f_1 = 1.$$

Per $n \geq 2$ facendo la divisione euclidea di f_{n+2} per f_{n+1} , quoziente e resto sono

- a) 1 e f_n ;
- b) 1 e f_{n+1} ;
- c) f_{n+1} e f_n ;
- d) dipende da n e non si può dire nulla in generale.

4. Si consideri la congruenza modulo 28 in \mathbb{Z} , quale delle seguenti affermazioni è vera:

- a) esiste $x \in \mathbb{Z}$ tale che $11x \equiv 1 \pmod{28}$;
- b) esiste $x \in \mathbb{Z}$ tale che $4x \equiv 1 \pmod{28}$;
- c) $12x \equiv 0 \pmod{28}$ se e solo se $x \in [0]_{28}$;
- d) esiste $x \notin [0]_{28}$ tale che $11x \equiv 0 \pmod{28}$

5. Fissato un intero positivo n , si consideri la congruenza modulo n su \mathbb{Z} e siano $a, b \in \mathbb{Z}$. Dire che $a \equiv b \pmod{n}$ è equivalente a

- a) $b \in [b]_n$;
- b) $[a]_n \cap [b]_n \neq \emptyset$
- c) $[a]_n \cap [b]_n = \emptyset$
- d) $b \in [a]_n$ e $a \notin [b]_n$.

6. Indicato con \mathbb{Z}_7 l'insieme delle classi di resto modulo 7, si ha:

- a) $\mathbb{Z}_7 = \{[21]_7, [-80]_7, [18]_7, [-5]_7, [50]_7, [3]_7, [27]_7\}$;
- b) $\mathbb{Z}_7 = \{[-3]_7, [24]_7, [26]_7, [532]_7, [-231]_7, [0]_7\}$;
- c) $\mathbb{Z}_7 = \{[-27]_7, [-40]_7, [45]_7, [704]_7, [26]_7, [-8]_7, [-126]_7, [11]_7, [-107]_7\}$;
- d) $\mathbb{Z}_7 = \{[707]_7, [-24]_7, [39]_7, [44]_7, [106]_7, [-32]_7, [69]_7\}$.

7. Sia $A = \{a, b, c, d, e, f\}$ e si consideri la relazione di equivalenza su A data da

$$R = \{(a, a), (a, b), (a, c), (b, a), (b, b), (b, c), (c, a), (c, b), (c, c), (d, d), (d, e), (e, d), (e, e), (f, f)\}.$$

Allora l'insieme quoziente A/\mathcal{R} è

- a) $\{[a]_{\mathcal{R}}, [c]_{\mathcal{R}}, [f]_{\mathcal{R}}\}$;
- b) $\{[a]_{\mathcal{R}}, [b]_{\mathcal{R}}, [d]_{\mathcal{R}}\}$;
- c) $\{[c]_{\mathcal{R}}, [e]_{\mathcal{R}}, [f]_{\mathcal{R}}\}$;
- d) $\{[a]_{\mathcal{R}}, [b]_{\mathcal{R}}, [c]_{\mathcal{R}}\}$.

8. Fissato n numero intero positivo, dimostrare che la congruenza modulo n definisce una relazione di equivalenza su \mathbb{Z} .

Si svolga il seguente esercizio, dando una piena giustificazione

9.

- a) Si determini $M.C.D.(648, 480)$;
- b) Si dica se l'equazione diofantea

$$648x + 480y = 48$$

ha soluzione e, in caso ne abbia, si determini una soluzione;

- c) Si determinino tutte e sole le soluzioni dell'equazione diofantea

$$648x + 480y = 48$$