

Indicare la risposta corretta con una crocetta

1. Dati due insiemi non vuoti A e B di cardinalità rispettivamente m e n con $m > n$,
- esistono funzioni iniettive con dominio A e codominio B ;
 - esiste almeno una funzione suriettiva con dominio A e codominio B ;
 - esiste una e una sola funzione suriettiva con dominio A e codominio B e solo se $|B| = 2$.

2. Siano $a \in \mathbb{Z}$ con $a \neq 0$ e b un numero naturale. L'equazione diofantea

$$ax + a^b y = b$$

ha soluzioni

- sempre;
 - se e solo se $a = b$;
 - se $a = b$;
 - nessuna delle precedenti.
3. Sia A un insieme con 6 elementi e si supponga $A = A_1 \cup (A_2 \cup A_3)$ con $A_i \cap A_j = \emptyset$ se $i \neq j$ e $A_i \neq \emptyset$ con $i \in \{1, 2, 3\}$. Allora

- a) Esiste una relazione di equivalenza R su A tale che l'insieme quoziente

$$A_R = \{A_1, A_2, A_3\};$$

- b) Non esiste alcuna relazione di equivalenza R su A , tale che l'insieme quoziente

$$A_R = \{A_1, A_2, A_3\};$$

- comunque si prenda una relazione di equivalenza S su A , questa coincide con R ;
- nessuna delle precedenti.

4. Sia R una relazione di equivalenza su un insieme X e siano $x, y \in X$. Allora

- $xRy \iff [x]_R = [y]_R$;
- $xRy \iff [x]_R \subset [y]_R$;
- $[x]_R \cap [y]_R = \emptyset, \forall x, y \in X$;
- $xRy \iff |[x]_R| = |[y]_R|$.

5. Si consideri la congruenza modulo 55 in \mathbb{Z} ;

- esiste $x \notin [0]_{55}$ tale che $7x \equiv 1 \pmod{55}$;
- esiste $x \notin [0]_{55}$ tale che $5x \equiv 1 \pmod{55}$;
- $5x \equiv 0 \pmod{55}$ se e solo se $x \in [0]_{55}$;
- esiste $x \notin [0]_{55}$ tale che $7x \equiv 0 \pmod{55}$

6. Sia f la funzione

$$f : \mathbb{Z} \longrightarrow \mathbb{Z}, \quad f(x) = 2x$$

2

e sia g una funzione $g : \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$ iniettiva; allora

- a) $g \circ f$ è iniettiva;
- b) $g \circ f$ è suriettiva;
- c) $g \circ f$ è biettiva;
- d) $g \circ f$ non è né iniettiva né suriettiva.

7. Si consideri l'insieme $A = \{0, 1, 2, 3, 4\}$ e la relazione

$$\mathcal{R} = \{(1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4), (2, 3), (0, 0), (4, 1), (4, 0), (3, 2), (0, 4)\}.$$

Allora

- a) \mathcal{R} è sia una relazione di equivalenza che una relazione d'ordine;
- b) \mathcal{R} è simmetrica;
- c) \mathcal{R} è relazione di equivalenza;
- d) nessuna delle precedenti.

7bis. Indicato con \mathbb{Z}_7 l'insieme delle classi di resto modulo 7, si ha:

- a) $\mathbb{Z}_7 = \{[-21]_7, [34]_7, [22]_7, [542]_7, [-221]_7, [10]_7\}$;
- b) $\mathbb{Z}_7 = \{[-15]_7, [-56]_7, [50]_7, [79]_7, [31]_7, [-3]_7, [-121]_7, [16]_7, [-102]_7\}$;
- c) $\mathbb{Z}_7 = \{[0]_7, [71]_7, [25]_7, [30]_7, [57]_7, [-4]_7, [34]_7\}$;
- d) $\mathbb{Z}_7 = \{[81]_7, [28]_7, [40]_7, [60]_7, [-8]_7, [30]_7, [3]_7\}$.

8.

- (1) Si dia la definizione di classe di equivalenza e di insieme quoziente rispetto a una relazione di equivalenza R ;
- (2) Si dia la definizione di congruenza modulo n .

Si svolga il seguente esercizio, dando una piena giustificazione

9

- a) Si determini $M.C.D.(4546, 1454)$;
- b) Si dica se l'equazione diofantea

$$4546x + 1454y = 12$$

ha soluzione e in caso le abbia si determinino tutte e sole le sue soluzioni;

- c) Si dica se l'equazione diofantea

$$4546x + 1454y = 255$$

ha soluzione e in caso le abbia si determinino tutte e sole le sue soluzioni;