

## Esercitazione di Matematica Discreta

10 FEBBRAIO 2009

COGNOME \_\_\_\_\_

NOME \_\_\_\_\_ MATRICOLA \_\_\_\_\_

*Indicare la risposta corretta con una crocetta*

1. Data l'equazione, nell'incognita  $x \in \mathbb{N}$

$$[273]_{27}^x = [1]$$

allora

- a) ha una soluzione intera;
- b) ha infinite soluzioni intere;
- c) ha 18 soluzioni intere;
- d) nessuna delle precedenti.

2. Data l'equazione, nell'incognita  $x \in \mathbb{Z}$

$$[273]_{25}^x = [1]$$

allora

- a) non ha soluzioni;
- b)  $x = 25h$ , è soluzione per ogni  $h \in \mathbb{Z}$ ;
- c)  $x = 20h$ , per ogni  $h \in \mathbb{N}$  sono tutte e sole le soluzioni;
- d)  $x = 20h$ , per ogni  $h \in \mathbb{Z}$  sono tutte e sole le soluzioni.

3. Si consideri l'equazione nell'incognita  $x \in \mathbb{N}$

$$[5]_{13n}^x = [1]_{13n}$$

L'equazione ha soluzioni

- a) se e solo se  $M.C.D.(13, n) = 1$
- b) se e solo se  $M.C.D.(5, n) = 1$
- c) se e solo se 5 divide  $n$
- d) mai.

4. Sia  $X$  l'insieme  $\{1, 2, 3, 4\}$  e si consideri  $A = P(X)$  con l'ordinamento dato dall'inclusione. Sia poi  $B = \{\emptyset, \{1, 2\}, \{1, 3\}, \{1, 3, 4\}, \{1, 2, 3\}, \{1, 2, 4\}\}$ . Allora

- a) l'insieme  $B$  ha tre elementi massimali;
- b) l'insieme  $B$  non ammette minimo;
- c) l'insieme  $B$  ha tre elementi minimali;
- d) l'insieme  $B$  ammette massimo.

5. Sia  $X = (X, \leq)$  un insieme (parzialmente) ordinato. Per  $x, y \in X$  diciamo che  $x \vee y \in X$  è l'estremo superiore dell'insieme  $\{x, y\}$  se

- a)  $x \leq x \vee y, y \leq x \vee y$  e  $\forall z \in X$  se  $(x \leq z$  e  $y \leq z)$  allora  $(z \leq x \vee y)$ ;
- b)  $x \vee y \leq x, x \vee y \leq y$  e  $\forall z \in X$  se  $(x \leq z$  e  $y \leq z)$  allora  $(x \vee y \leq z)$ ;
- c)  $x \vee y \leq x, x \vee y \leq y$  e  $\forall z \in X$  se  $(z \leq x)$  e  $(z \leq y)$  allora  $(z \leq x \vee y)$ ;
- d)  $x \leq x \vee y, y \leq x \vee y$  e  $\forall z \in X$  se  $(x \leq z$  e  $y \leq z)$  allora  $(x \vee y \leq z)$ .

6. Quale dei seguenti insiemi è un gruppo rispetto alla operazione indicata?

- a)  $\mathbb{N}^*$  con l'operazione prodotto tra numeri naturali;
- b)  $\mathbb{Z}^*$  con l'operazione prodotto tra numeri interi;
- c)  $\mathbb{Q}^*$  con l'operazione di prodotto tra numeri razionali
- d) l'insieme delle funzioni da un insieme con  $n$  elementi in sè ( $n$  naturale positivo) con operazione la composizione di funzioni.

7. Nell'anello  $\mathbb{Z}_{60}$  delle classi di resto modulo 60 quali delle seguenti affermazioni è vera?

- a) non ci sono divisori dello zero;
- b)  $[3a]_{60}$  è un divisore dello zero per ogni intero  $a$  tale che  $[3a]_{60} \neq [0]_{60}$
- c)  $[59]_{60}$  è un divisore dello zero
- d)  $[3a]_{60}$  è un divisore dello zero se e solo se  $M.C.D.(a, 60) = 1$ .

---

8. Si dia la definizione di operazione binaria su un insieme  $A$ ;

Si dia la definizione di operazione (binaria) associativa su un insieme  $A$ ;

Si dia la definizione di elemento neutro per una operazione (binaria) su un insieme  $A$ .

---

*Si svolga il seguente esercizio, dando una piena giustificazione*

9. Dimostrare che se  $(A, +, \cdot)$  è un anello unitario allora l'insieme  $A^*$  degli elementi invertibili di  $A$  è un gruppo rispetto al prodotto.