

**Terzo Compitino di Elementi di Matematica B**  
**Modulo di Matematica Discreta**

20 FEBBRAIO 2009

COGNOME \_\_\_\_\_

NOME \_\_\_\_\_ MATRICOLA \_\_\_\_\_

*Indicare la risposta corretta con una crocetta*

1. L'equazione, nell'incognita  $x \in \mathbb{N}^*$ ,

$$[700]_{49}^x = [1]_{49}$$

- a) non ha soluzioni;
- b)  $x = 42h$ , è soluzione per ogni  $h \in \mathbb{Z}$ ;
- c)  $x = 49h$ , è soluzione per ogni  $h \in \mathbb{Z}$ ;
- d)  $x = 7h$ , è soluzione per ogni  $h \in \mathbb{Z}$ .

2. L'insieme degli  $a \in \mathbb{Z}$  tali che, per ogni  $h \in \mathbb{N}$ ,

$$[a]_{36}^{12h} = [1]_{36},$$

è:

- a) vuoto
- b)  $\{a \in \mathbb{Z} : M.C.D.(a, 6) = 1\}$ ;
- c)  $\{a \in \mathbb{Z} : M.C.D.(a, 6) \neq 1\}$ ;
- d)  $\mathbb{Z}$ .

3. Si consideri l'equazione nell'incognita  $[x]_{19n} \in \mathbb{Z}_{19n}$  (con  $[x]_{19n} \neq [0]_{19n}$ )

$$[x]_{19n}[11]_{19n} = [0]_{19n}.$$

L'equazione ha soluzioni

- a) sempre
- b) se e solo se  $M.C.D.(11, n) = 1$
- c) se e solo se  $M.C.D.(11, n) \neq 1$
- d) mai.

4. Siano  $A = (A, \leq)$  un insieme (parzialmente) ordinato e  $B$  un sottoinsieme di  $A$ . Diciamo che  $a \in A$  è l'estremo inferiore dell'insieme  $B$  in  $A$  se

- a)  $(b \leq a, \forall b \in B)$  e per ogni  $c \in A$ , se  $(b \leq c, \forall b \in B)$  allora  $(c \leq a)$ ;
- b)  $(a \leq b, \forall b \in B)$  e per ogni  $c \in A$ , se  $(c \leq b, \forall b \in B)$  allora  $(c \leq a)$ ;
- c)  $(b \leq a, \forall b \in B)$  e per ogni  $c \in A$ , se  $(b \leq c, \forall b \in B)$  allora  $(a \leq c)$ ;
- d)  $(a \leq b, \forall b \in B)$  e per ogni  $c \in A$ , se  $(c \leq b, \forall b \in B)$  allora  $(a \leq c)$ .

5. Sia  $D$  l'insieme dei divisori interi positivi di 20, cioè,  $D = \{x \in \mathbb{N} \mid x \text{ divide } 20\}$ , ordinato rispetto alla divisibilità. Sia poi  $C = \{2, 4, 10\}$ . Allora

- a) l'insieme  $D$  ammette massimo ma non minimo;
- b) l'insieme  $D$  ammette minimo ma non massimo;
- c) il sottoinsieme  $C$  ha due elementi minimali;
- d) il sottoinsieme  $C$  ha due elementi massimali.

6. Quale dei seguenti insiemi non è un anello rispetto alle operazioni indicate?

- a)  $\mathbb{N}$  con le operazioni di somma e prodotto tra numeri naturali;
- b)  $\mathbb{Z}$  con le operazioni di somma e prodotto tra numeri interi;
- c)  $\mathbb{Q}$  con le operazioni di somma e prodotto tra numeri razionali
- d)  $\mathbb{Z}_n$ , per  $n > 1$  fissato, con le operazioni di somma e prodotto tra classi di resto modulo  $n$ .

---

7. Si dia la definizione di gruppo;

Si dia un esempio di gruppo con 6 elementi.

---

*Si svolga il seguente esercizio dando una piena giustificazione*

8. Dato l'anello  $\mathbb{Z}_{120}$  delle classi di resto modulo 120

- a) Determinare il numero di elementi invertibili di  $\mathbb{Z}_{120}$
- b) Fornire esplicitamente un elemento invertibile e un divisore dello zero in  $\mathbb{Z}_{120}$ .