

ESAME di Matematica Discreta

11 FEBBRAIO 2008

COGNOME _____

NOME _____ MATRICOLA _____

Indicare la risposta corretta con una crocetta

1. Per quali valori di verità delle proposizioni p e q la proposizione composta

$$(\neg p \wedge (p \rightarrow q)) \rightarrow \neg q$$

risulta essere **falsa**?

- a) p vera e q falsa
- b) p falsa e q vera
- c) p vera e q vera
- d) p falsa e q falsa

2. Siano A e B due insiemi di cardinalità r e s rispettivamente. Sia t il numero delle applicazioni tra A e B . Allora:

- a) $t = r^s$
- b) $t = 0$ se $r > s$;
- c) $t = s^r$;
- d) $t < s^r$;

3. Un gruppo (G, \bullet) con elemento neutro e

- a) è commutativo se e solo esistono a e b in G tali che $a \bullet b = b \bullet a$;
- b) è commutativo se e solo se per ogni a e b in G , $a \bullet b = b \bullet a$;
- c) non è commutativo se e solo se per ogni a e b in G , $a \bullet b \neq b \bullet a$;
- d) è commutativo se e solo se per ogni $a \in G$ esiste $b \in G$ tale che $a \bullet b = e$;

4. L'equazione diofantea

$$11x + by = 77$$

ha soluzioni:

- a) solo se $b = 7$;
- b) se e solo se b divide 77;
- c) qualunque sia b ;
- d) per nessuna scelta di b in \mathbb{Z} .

5. Si consideri l'equazione nell'incognita $x \in \mathbb{N}$

$$[7]_{10n}^x = [1]$$

L'equazione ha soluzioni

- a) se e solo se $MCD(10, n) = 1$;
- b) se e solo se $MCD(2, n) = 1$;
- c) se e solo se $MCD(5, n) = 1$;
- d) se e solo se $MCD(7, n) = 1$.

6. Sia $D(28)$ l'insieme dei divisori positivi di 28. Sia L il reticolo $(D(28), |)$ (cioè la relazione di ordine è la divisibilità). Allora:

- a) L non è complementato;
- b) L ha minimo ma non massimo;
- c) L non è limitato;
- d) L è complementato.

7. Si consideri una relazione \mathcal{R} sull'insieme A . Allora \mathcal{R} è sia di equivalenza che d'ordine

- a) mai;
- b) sempre;
- c) se e solo se esistono $a, b \in A$ tali che: $a\mathcal{R}b \rightarrow a = b$;
- d) se e solo se per ogni $a, b \in A$, $a\mathcal{R}b \rightarrow a = b$.

8. Siano (C, \leq) un insieme ordinato e D un sottoinsieme di C . Si dia la definizione di estremo inferiore di D in C .

Si svolga il seguente esercizio, dando una piena giustificazione

9. Sia \mathbb{Z}_{77} l'anello delle classi di resto modulo 77.

- a) Determinare il numero di elementi invertibili in \mathbb{Z}_{77} .
- b) Determinare il numero degli elementi divisori dello zero in \mathbb{Z}_{77} .
- c) Determinare esplicitamente una coppia $[a]_{77}$ e $[b]_{77}$ di elementi non nulli di \mathbb{Z}_{77} tali che $[a]_{77} \cdot [b]_{77} = [0]_{77}$.