

Compitino di Matematica Discreta B

11 FEBBRAIO 2008

COGNOME _____

NOME _____ MATRICOLA _____

Indicare la risposta corretta con una crocetta

1. Si consideri l'equazione nell'incognita $[x]_{14} \in \mathbb{Z}_{14}$

$$[x]_{14}^{6h} = [1]_{14}.$$

Allora

- a) l'equazione ha più di una soluzione se $h > 0$;
- b) l'equazione ha una sola soluzione per ogni $h > 0$;
- c) l'equazione non ha soluzioni per ogni $h > 0$
- d) l'equazione ha soluzioni se e solo se $h = 1$;

2. Siano A e B due insiemi di cardinalità r e s rispettivamente e $s > 1$. Sia t il numero delle applicazioni suriettive tra A e B . Allora:

- a) $t = r^s$
- b) $t = 0$ se $r > s$;
- c) $t = s^r$;
- d) $t < s^r$;

3. Un gruppo (G, \bullet) con elemento neutro e

- a) è commutativo se e solo esistono a e b in G tali che $a \bullet b = b \bullet a$;
- b) è commutativo se e solo se per ogni a e b in G , $a \bullet b = b \bullet a$;
- c) non è commutativo se e solo se per ogni a e b in G , $a \bullet b \neq b \bullet a$;
- d) è commutativo se e solo se per ogni $a \in G$ esiste $b \in G$ tale che $a \bullet b = e$;

4. Sia $G = (V, L)$ il grafo semplice dove $V = \{3^n : 0 \leq n \leq 160\}$ e, per a, b in V , si ha $\{a, b\} \in L$ se e solo se 3^2 divide $M.C.D.(a, b)$. Risulta

- a) ogni vertice ha grado maggiore di 0;
- b) esistono due vertici di grado 0;
- c) esiste un solo vertice di grado 0;
- d) ogni vertice ha grado maggiore o uguale a 2.

5. Si consideri l'equazione nell'incognita $x \in \mathbb{N}^*$

$$[7]_{10n}^x = [1]$$

L'equazione ha soluzioni

- a) se e solo se $MCD(10, n) = 1$;
- b) se e solo se $MCD(2, n) = 1$;
- c) se e solo se $MCD(5, n) = 1$;
- d) se e solo se $MCD(7, n) = 1$.

6. Sia $D(28)$ l'insieme dei divisori positivi di 28. Sia L il reticolo $(D(28), |)$ (cioè la relazione di ordine è la divisibilità). Allora:

- a) L non è complementato;
- b) L ha minimo ma non massimo;
- c) L non è limitato;
- d) L è complementato.

7. Sia $A = \{1, 2, 3, 4\}$ e si consideri l'insieme $\mathcal{P}(A)$ con l'ordinamento dato dall'inclusione, Sia poi B il sottoinsieme $B = \{\{1, 4\}, \{1, 3\}, \{2, 4\}, \{1, 3, 4\}\}$. Allora:

- a) l'insieme B ammette minimo;
- b) l'insieme B ammette massimo;
- c) l'insieme $\{1, 4\}$ è massimale in B ;
- d) l'elemento $\{1, 4\}$ è minimale in B .

8. Siano (C, \leq) un insieme ordinato e D un sottoinsieme di C . Si dia la definizione di estremo inferiore di D in C .

Si svolga il seguente esercizio, dando una piena giustificazione

9. Sia \mathbb{Z}_{77} l'anello delle classi di resto modulo 77.

- a) Determinare il numero di elementi invertibili in \mathbb{Z}_{77} .
- b) Determinare il numero degli elementi divisori dello zero in \mathbb{Z}_{77} .
- c) Determinare esplicitamente una coppia $[a]_{77}$ e $[b]_{77}$ di elementi non nulli di \mathbb{Z}_{77} tali che $[a]_{77} \cdot [b]_{77} = [0]_{77}$.