

Compitino di Matematica Discreta B

18 DICEMBRE 2007

COGNOME _____

NOME _____ MATRICOLA _____

Indicare la risposta corretta con una crocetta

1. Si consideri l'insieme $A = \{a, b, c\}$ e la relazione \mathcal{R} su A definita da:

$$\mathcal{R} = \{(a, a), (a, b), (a, c), (b, a), (b, c), (c, a), (c, b), (c, c)\}$$

Allora

- a) \mathcal{R} è sia una relazione di equivalenza che una relazione d'ordine;
- b) \mathcal{R} non è né una relazione di equivalenza né una relazione d'ordine;
- c) \mathcal{R} è una relazione di equivalenza ma non di ordine;
- d) \mathcal{R} è una relazione di ordine ma non di equivalenza.

2. Siano a e b due numeri interi, e si supponga che sia:

$$M.C.D.(a, b) = 2, \quad M.C.D.(b, 3a) = 6.$$

allora:

- a) b è divisibile per 3 ma non per 9;
- b) a è un numero pari non divisibile per 3;
- c) $M.C.D.(a, 3b) = 6$;
- d) nessuna delle precedenti.

3. L'equazione diofantea

$$ax + 21y = 63$$

ha soluzioni:

- a) solo se 9 divide a ;
- b) solo se a divide 9;
- c) qualunque sia a ;
- d) per nessuna scelta di a in \mathbb{Z} .

4. Indicato con \mathbb{Z}_6 l'insieme delle classi di resto modulo 6, si ha:

- a) $\mathbb{Z}_6 = \{[-68]_6, [-59]_6, [25]_6, [19]_6, [9]_6, [0]_6\}$
- b) $\mathbb{Z}_6 = \{[-113]_6, [-82]_6, [734]_6, [400]_6, [-31]_6\}$;
- c) $\mathbb{Z}_6 = \{[-56]_6, [-65]_6, [37]_6, [40]_6, [9]_6, [-120]_6\}$

d) $\mathbb{Z}_6 = \{[-113]_6, [39]_6, [46]_6, [-82]_6, [35]_6, [54]_6, [-110]_6, [-85]_6, [44]_6\}$;

5. Preso $n \in \mathbb{N} - \{0\}$, la classe di resto

$$[16]_{39n} \in \mathbb{Z}_{39n}$$

- a) e' invertibile rispetto al prodotto qualsiasi sia la scelta di n ;
- b) e' invertibile rispetto al prodotto se $MCD(39, n) = 1$;
- c) e' invertibile rispetto al prodotto se $M.C.D.(16, n) = 1$;
- d) nessuna delle precedenti.

6. Sia $X = \{1, 2, 3, 6\}$ e si consideri la legge $f : X \times X \rightarrow X$ che associa alla coppia $(x, y) \in X \times X$ il massimo comun divisore tra x e y , ossia

$$f((x, y)) = M.C.D.(x, y)$$

Allora:

- a) f è iniettiva ma non suriettiva;
- b) f è suriettiva ma non iniettiva;
- c) f è una funzione biiettiva;
- d) f è una funzione invertibile.

7. Una applicazione $f : A \rightarrow B$ è iniettiva se:

- a) per ogni $a \in A$ esiste $f(a)$ in B ;
- b) per ogni $a, b \in A$ se $a \neq b$ allora $f(a) \neq f(b)$;
- c) per ogni $b \in B$ esiste $a \in A$ tale che $f(a) = b$;
- d) per ogni $a, b \in A$ se $a = b$ allora $f(a) = f(b)$.

8. Siano $f : A \rightarrow B$ e $g : B \rightarrow C$ due applicazioni.

Si dia la definizione di applicazione composta $g \circ f$.

Si enunci la proprietà associativa per l'operazione di composizione tra applicazioni.

Si svolga il seguente esercizio, dando una piena giustificazione

9.

- (a) Provare, utilizzando l'algoritmo di Euclide, che il massimo comun divisore (positivo) tra 672 e 276 è 12;
- b) Dite se l'equazione diofantea

$$672x + 276y = 60$$

ammette soluzione e, in caso affermativo, trovatene una.

- c) Scrivete tutte le soluzioni dell'equazione

$$672x + 276y = 60$$