Esercitazione di Matematica Discreta

30 ottobre 2007

COGNOME ______________________________

NOME ______________________ MATRICOLA ______________________

Indicare la risposta corretta con una crocetta

1. Siano dati gli insiemi $A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12\}$, $B = 6\mathbb{Z}$ (cioè B è l'insieme formato da tutti i numeri interi che sono multipli di 6) e $C = 4\mathbb{Z}$ (cioè C è l'insieme formato da tutti i numeri interi che sono multipli di 4). Quanti elementi ha l'insieme delle parti dell'insieme $(A \setminus B \cap C)$?

a) 2^{10}
b) 2^2
c) 2^{11}
d) infiniti.

2. Siano dati gli insiemi $A_k = \{-k, -(k-1), \ldots, k-1, k\}$ per $k = 0, 1, 2, 3 \ldots$.
Siano

$$X = \bigcup_{k \in \mathbb{N}} A_k \qquad Y = \bigcap_{k \in \mathbb{N}} A_k$$

Risulta:

a) $X = \mathbb{N}$ e $Y = A_0$
b) $X = \mathbb{Z}$ e $Y = \emptyset$
c) $X = \mathbb{N}$ e $Y = \emptyset$
d) $X = \mathbb{Z}$ e $Y = A_0$

3. Dire quale delle seguenti affermazioni è **falsa** dove l'insieme universo per ciascuna variabile è l'insieme $\mathbb{Z}$ dei numeri interi:

a) $\forall x, \exists y\ (y - x^2 < 100)$
b) $\exists x, \exists y\ ((x^2 > y) \wedge (x < y))$
c) $\forall x, \exists y\ (x = \frac{1}{y+1})$
d) $\exists x, \forall y\ (x + y = y)$

4. Per quali valori di verità delle proposizioni p e q la proposizione composta

$$(q \wedge (p \to q)) \to p$$

risulta essere **falsa**?
a) p vera e q falsa
b) p falsa e q vera
c) p vera e q vera
d) p falsa e q falsa

5. Data la proposizione:

$$\forall x \in \mathbb{N},\ x \text{ pari},\ \exists\, p, q \in \mathbb{N},\ p \text{ e } q \text{ primi tali che } x = p + q,$$

quale delle seguenti ne è la negazione:
a) $\exists x \in \mathbb{N}$, x dispari: $\forall p, q \in \mathbb{N}$, p e q primi $x = p + q$
b) $\exists x \in \mathbb{N}$, x pari: $\forall p, q \in \mathbb{N}$, p e q non primi $x = p + q$
c) $\exists x \in \mathbb{N}$, x pari: $\forall p, q \in \mathbb{N}$, p e q primi $x \neq p + q$
d) $\exists x \in \mathbb{N}$, x dispari: $\forall p, q \in \mathbb{N}$, p e q non primi $x \neq p + q$.

6. Siano $A = \{-1, 0, 1, 2, 3, 4, 5\}$ e $B = \{-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}$. Sia R la corrispondenza di A in B definita da

$$R = \{(a, b) \in A \times B \ \mid \ a + b = 0\}$$

Quanti elementi ha R?
a) 8
b) 56
c) 7
d) 6

7. Sia R la corrispondenza di $\mathbb{N}$ in $\mathcal{P}(N)$ definita da

$$R = \{(n, X) \in \mathbb{N} \times \mathcal{P}(\mathbb{N}) \mid X \text{ è l'insieme dei divisori di } n\}$$

Quale delle seguenti affermazioni è vera?
a)R è una funzione di $\mathbb{N}$ in $\mathcal{P}(\mathbb{N})$.
b)R è una corrispondenza di $\mathbb{N}$ in $\mathcal{P}(\mathbb{N})$ ma non una applicazione.
c)$(15, 4) \in R$.
d)$(15, \{3, 5\}) \in R$.

---

8. Si dia la definizione di corrispondenza tra due insiemi A e B. Si spieghi che una corrispondenza tra A e B non è necessariamente una corrispondenza tra B e A.

Si svolga il seguente esercizio, dando una piena giustificazione

9. Sia $P(n)$ il predicato (o funzione proposizionale):

$$2^3 + 4^3 + 6^3 + \cdots + (2n)^3 = 2n^2(n+1)^2$$

Si dimostri, per induzione, che $\forall n \geq 1, P(n)$.