

## Compito di Istituzioni di Algebra

10 luglio 2008

**Esercizio 1.** Sia  $L$  l'algebra di Lie, su un campo  $\mathbb{F}$ , con base  $\{a, b, c\}$  e prodotto di Lie definito da

$$[ab] = b \quad [ac] = c + b \quad [bc] = 0$$

- (1) Verificare che  $L$  è un'algebra di Lie.
- (2) Mostrare che  $L$  è risolubile ma non nilpotente.
- (3) Scrivere la matrice della forma di Killing.

**Esercizio 2.** Sia  $L$  un'algebra di Lie nilpotente. Mostrare che ogni sottoalgebra di dimensione 2 è abeliana.

Sugg: Conoscete quali sono, a meno di isomorfismi, le algebre di dimensione due e dunque anche le loro proprietà

**Esercizio 3.** Si determini la matrice di Cartan del sistema di radici di tipo  $F_4$  avente diagramma di Dynkin:

